

CONCOURS NATIONAL COMMUN  
D'ADMISSION AUX GRANDES ECOLES D'INGENIEURS MAROCAINES

SESSION : 2019

FILIERE : TSI

EPREUVE DE TECHNOLOGIE ET SCIENCES INDUSTRIELLES

**GENIE MECANIQUE**

DUREE : 3 HEURES

AUCUN DOCUMENT N'EST AUTORISE  
LES CALCULATRICES SONT AUTORISEES

**Le sujet comporte 13 pages réparties comme suit :**

- Une page de garde.
- Le texte de l'épreuve : pages numérotées de 2 à 9.
- 2 Documents réponse repérés **DR1 (page10/13) et DR2 (11/13)** .A rendre avec la copie même vides.
- 2 Documents annexes **ANNEXE1 (page12/13) et ANNEXE2(page13/13)** .

**Le sujet se compose de 5 parties indépendantes.**

***Nota :** Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

*Page de garde*

## PROCEDE D'IMPRESSION 3D EN BETON

Les architectes souhaitent régulièrement réaliser des ouvrages esthétiques et non courants avec des géométries et des techniques inspirées par des tendances artistiques.

Les techniques de construction traditionnelles sont contraignantes et parfois limitées en termes de possibilités vis-à-vis de certaines demandes.

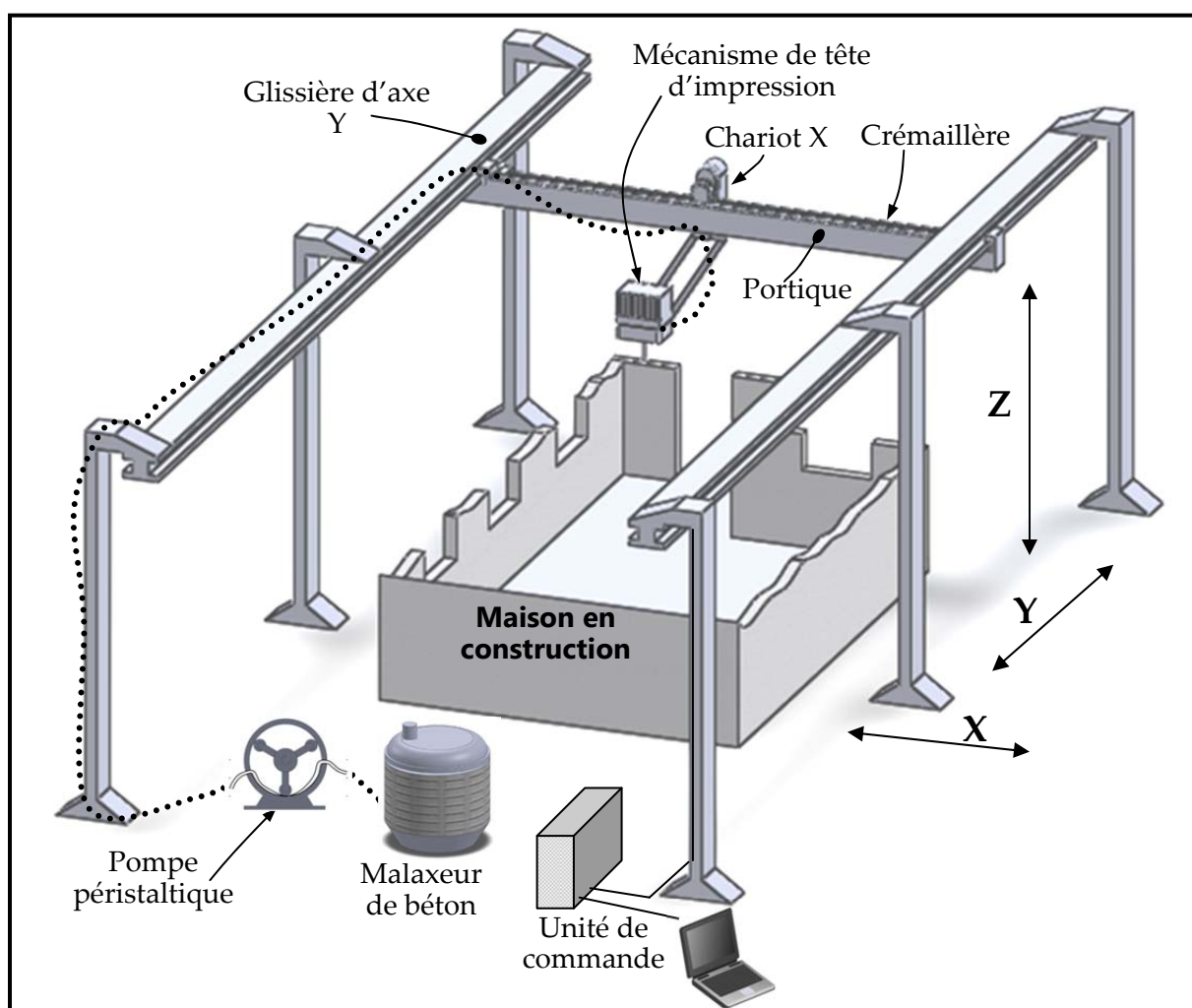
L'objet de cette étude est d'analyser certains aspects d'un procédé d'impression 3D en béton.

Il existe plusieurs techniques d'impression 3D en béton dont certaines permettent de réaliser des formes géométriques non courantes.

Le procédé, objet de notre étude, est basé sur une imprimante 3D qui extrude un béton hydraulique spécifique ; cette imprimante est portée par un portique robotisé de grandes dimensions.

La **figure 1** représente l'architecture partielle du système.

Sur les documents annexes 1 et 2 sont présentés les diagrammes de cas d'utilisations, le diagramme des exigences et le diagramme de blocs internes.



**Figure 1** : Architecture du système d'impression 3D en béton

L'entraînement de la tête d'impression du béton liquide (voir **figure 1**) s'effectue par plusieurs mouvements dont deux translations suivant les directions X et Y (TX et TY) . La translation suivant l'axe Y est motorisée par un moteur et un transmetteur (non représentés sur la **figure 1**)

Les données de consignes des actionneurs sont introduites par clavier ou console-utilisateur, et sont traitées ensuite par l'unité de commande, un bus de données protégé relie les différents éléments de la chaine d'information.

Tous les actionneurs du système contiennent des codeurs incrémentaux intégrés, ces actionneurs sont commandés par des variateurs alimentés via un coffret électrique principal.

**1- Etude préliminaire (4 points sur 20) :**

**Question 1-1 :** Quel est l'organe technologique que le constructeur a proposé pour répondre à l'exigence 1.2 indiquée sur le diagramme des exigences (voir page 12/13).

**Question 1-2 :** Au niveau de quel organe sera vérifiée l'exigence 1.2.2 indiquée sur le diagramme des exigences ?

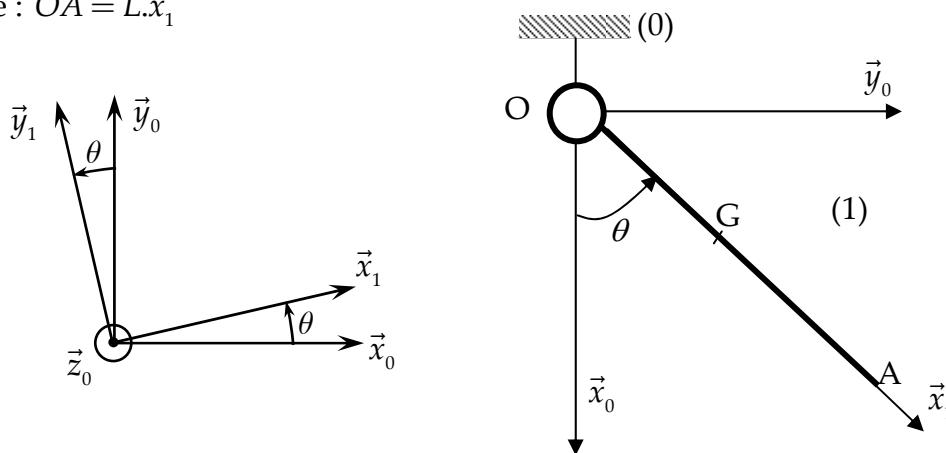
**Question 1-3 :** A partir de la **figure1**, de la description citée dans la présentation du système et le diagramme IBD Annexe 2(page13/13), compléter les chaines d'énergie et d'information relatives au déplacement du chariot X. Répondre sur le doc DR1(page10/13).

L'exigence (1.1.2) d'orientation de la tête d'impression impose d'avoir des liaisons pivots.

On considère alors deux solides (0) et (1) en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_0)$ ,

$R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ , est un repère lié à (0) et  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ , est un repère lié à (1).

On pose :  $\vec{OA} = L.\vec{x}_1$



**Figure 2**

**Question 1-4 :** Donner la forme du torseur cinématique de la liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_0)$  au point O, noté :  $\{v^s(1/0)\}_O$ .

**Question 1-5 :** Donner la forme du torseur d'action mécanique transmissible par cette liaison au point O, noté :  $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 1)\}_O$ .

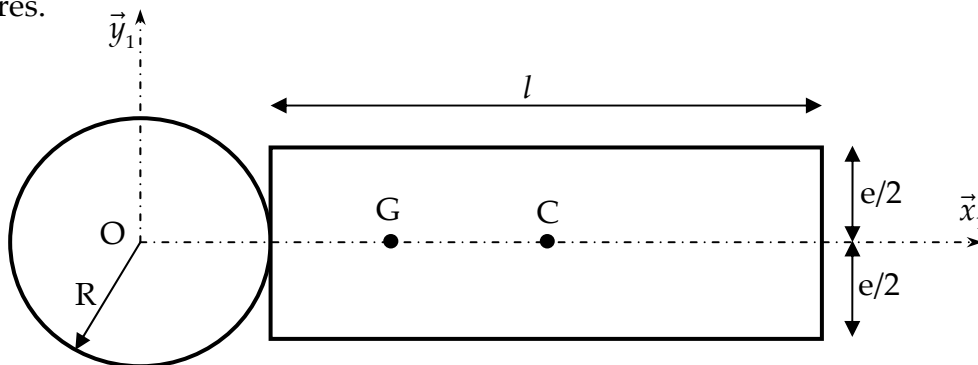
**Question 1-6 :** Sur le document réponse DR2 (page 11/13), dessiner le schéma cinématique spatial de la liaison pivot entre (0) et (1).

**Question 1-7 :** Déterminer l'expression de la vitesse  $\overrightarrow{V(A \in 1/0)}$  du point A par rapport à au repère (0) en fonction des données de la **figure (2)** précédente.

**Question 1-8 :** Sur le document réponse DR2, tracer à l'échelle proposée, la vitesse du point A, par rapport à (0),  $\overrightarrow{V(A \in 1/0)}$  en posant  $\|\overrightarrow{V(A \in 1/0)}\| = 0,03 \text{ m/s}$ .

**Question 1-9 :** Sur le document réponse DR2, tracer la vitesse du point G par rapport à (0),  $\overrightarrow{V(G \in 1/0)}$  et donner sa norme.

On suppose que la pièce (1), de centre d'inertie G, est un solide homogène composé d'un disque (D) de centre O, de rayon R, de masse  $m_D$  et d'une plaque (P) de centre C et de cotés (e) et (l), de masse  $m_P$  comme indiqué sur la **figure 3** ci-après. Le disque (D) et la plaque (P) sont solidaires.



**Figure 3 : Forme de la pièce (1)**

**Question 1-10 :** Déterminer  $X_G$ ,  $Y_G$  et  $Z_G$ , les coordonnées du centre d'inertie G de la pièce (1) en fonction des données de la **figure 3**. ( $\overrightarrow{OG} = X_G \cdot \vec{x}_1 + Y_G \cdot \vec{y}_1 + Z_G \cdot \vec{z}_0$ ).

On pose  $m$  : la masse de la pièce (1) et  $\overline{\overline{I}}(G,1)$  sa matrice d'inertie au point G dans la base

$$(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0) : \overline{\overline{I}}(G,1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)} .$$

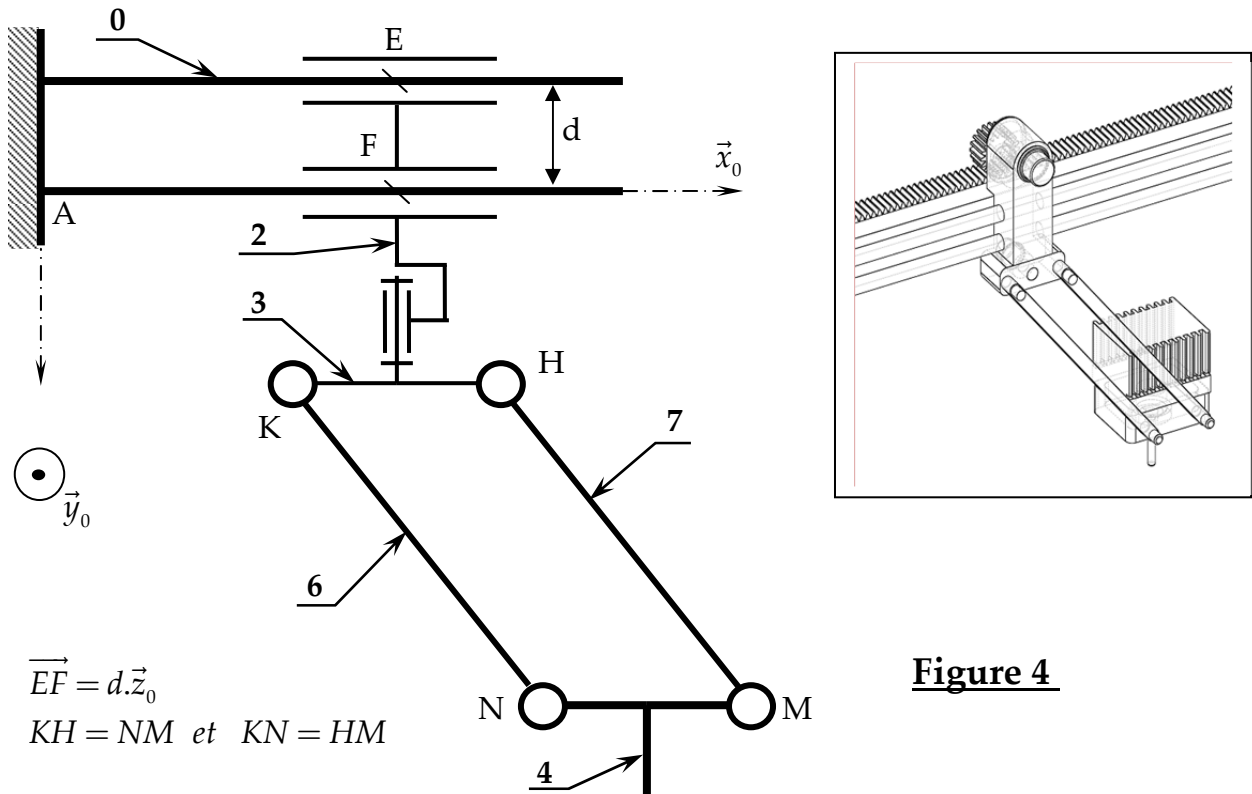
**Question 1-11 :** Déterminer alors la matrice d'inertie de la pièce (1) au point O dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$  en indiquant le théorème utilisé.

**Fin de l'étude préliminaire.**

## 2- Structure du mécanisme du déplacement de la tête.

L'objectif de cette partie est de valider la solution retenue pour certaines liaisons participant au déplacement de la tête d'impression.

Le schéma cinématique partiel et les données d'étude pour la modélisation retenue sont indiqués sur la **figure 4**.



**Figure 4**

**Question 2-1 :** En utilisant la méthode statique, déterminer la liaison équivalente aux deux liaisons en parallèle en E et F. (réduire les torseurs au point E)

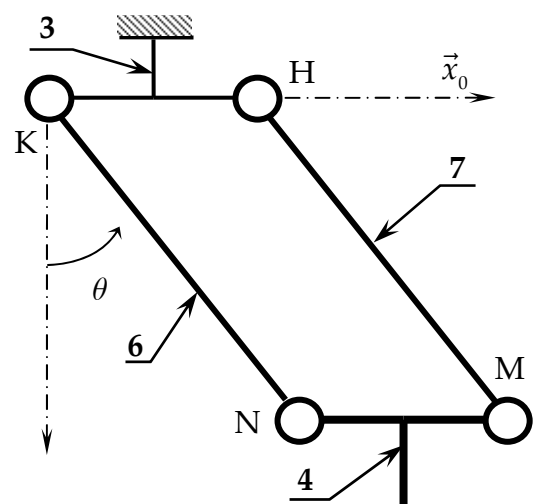
**Question 2-2 :** Calculer son degré d'hyperstatisme (h).

**Question 2-3 :** Quel est l'impact de ce degré d'hyperstatisme sur la réalisation de cette liaison.

**Pour la suite, on considère la chaîne composée des solides (3, 6, 4, 7), voir figure 5**

**Question 2-4 :** Quelle est la nature du mouvement entre les pièces (4) et (3), justifier.

**Question 2-5 :** en déduire  $\overline{\Omega(4/3)}$ .

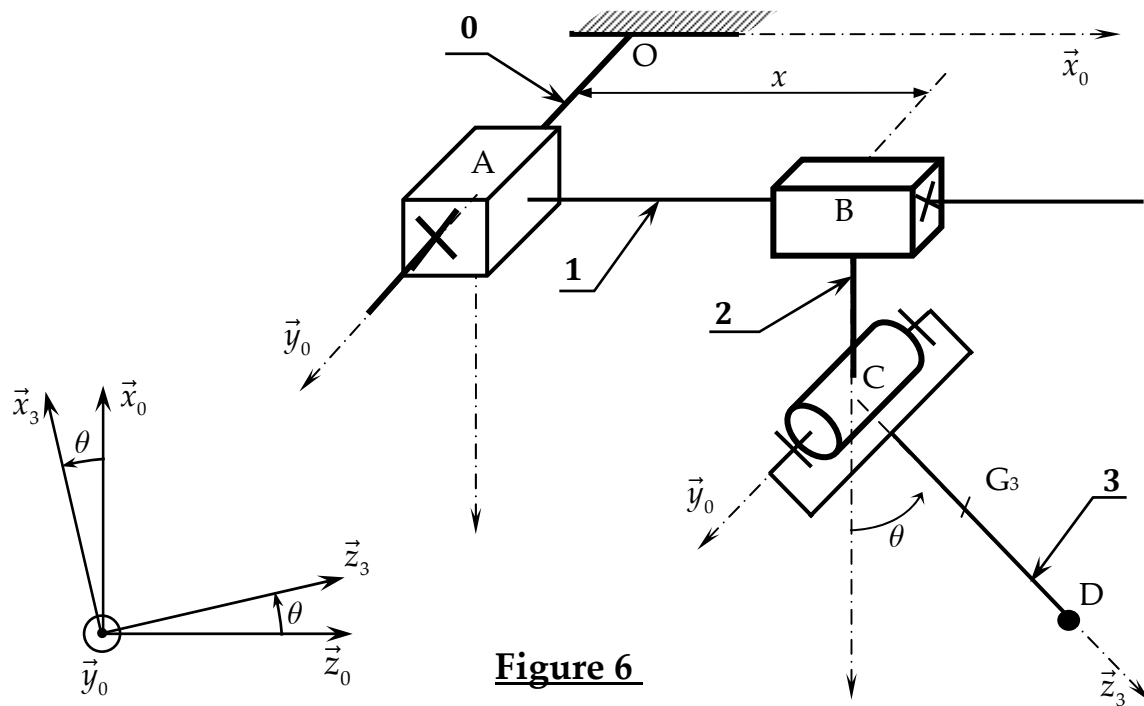


**Figure 5**

### 3- Choix des actionneurs du système.

L'orientation de la tête d'impression est réalisée par deux liaisons glissières et des liaisons pivots dont certaines ne sont pas traitées dans le présent sujet.

Pour des raisons de simplification, on considère dans cette étude une seule liaison pivot et deux liaisons glissières comme présenté sur le schéma cinématique de la **figure 6** ci -après.



**Figure 6**

**Le bâti (0) :** (fixe), repère associé :  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  (supposé galiléen). L'accélération de pesanteur est représenté par  $\vec{g} = g \cdot \vec{z}_0$ . ( $\vec{z}_0$  Axe vertical descendant).

**Le portique (1) :** de masse  $m_1$ , en translation par rapport à (0) de direction  $(\vec{y}_0)$  et de paramètre  $(y)$ . On pose  $\overline{OA} = y \cdot \vec{y}_0$ .

Un actionneur  $A_{01}$  est monté entre (0) et (1) exerçant sur (1) un glisseur de résultante  $F_{01} \vec{y}_0$  appliquée au point A.

Le frottement visqueux dans la liaison entre (0) et (1) est de coefficient  $\mu_{01}$ , exerçant sur (1) un glisseur de résultante  $-\mu_{01} \dot{y} \vec{y}_0$  au point A.

**Le chariot (2) :** de masse  $m_2$ , en translation par rapport au portique (1) de direction  $(\vec{x}_0)$  et de paramètre  $(x)$ . On pose  $\overline{AB} = x \cdot \vec{x}_0$  et  $\overline{BC} = h \cdot \vec{z}_0$ .

Un actionneur  $A_{12}$  est monté entre (1) et (2) exerçant sur (2) un glisseur de résultante  $F_{12} \vec{x}_0$  appliquée au point B.

Le frottement visqueux dans la liaison entre (1) et (2) est de coefficient  $\mu_{12}$ , exerçant sur (2) un glisseur de résultante  $-\mu_{12} \dot{x} \vec{x}_0$  au point B.

**Le bras (3) :** de masse  $m_3$ , en rotation par rapport au chariot (2) d'axe  $(C, \vec{y}_0)$  et de paramètre  $(\theta)$ . On pose  $(\vec{z}_0, \vec{z}_3) = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = \theta$  et  $\overline{CG_3} = a \cdot \vec{z}_3$ .

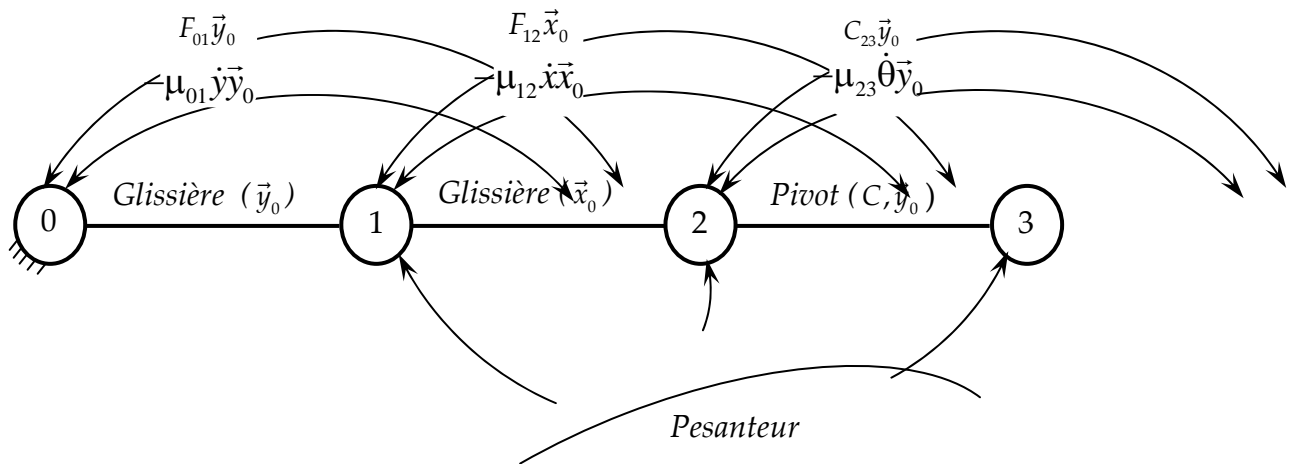
Le repère  $R_3(C, \vec{x}_3, \vec{y}_0, \vec{z}_3)$  est lié à la pièce (3).

Un actionneur  $A_{23}$  est monté entre (2) et (3) exerçant sur (3) un couple  $C_{23} \vec{y}_0$ .

Le frottement visqueux dans la liaison entre (2) et (3) est de coefficient  $\mu_{23}$ , exerçant sur (3) un couple  $-\mu_{23}\dot{\theta}\vec{y}_0$ .

On donne la matrice d'inertie du bras (3) au point C:  $\bar{\bar{I}}(C,3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_3, \vec{y}_0, \vec{z}_3)}$

On donne le schéma d'analyse du mécanisme :



**Question 3-1 :** Déterminer l'expression de la vitesse  $\overline{V(C \in 3/R_0)}$  du point C dans son mouvement par rapport à  $R_0$ .

**Question 3-2 :** Déterminer l'expression de la vitesse  $\overline{V(G_3 \in 3/R_0)}$  du point  $G_3$  dans son mouvement par rapport à  $R_0$ .

**Question 3-3 :** Déterminer l'expression de la résultante dynamique de l'ensemble  $E_1 = (2, 3)$  en projection sur  $\vec{x}_0$  dans son mouvement par rapport à  $R_0$ , notée :  $\vec{x}_0 \cdot \overline{R_D(E_1 / R_0)}$ .

**Question 3-4 :** Déterminer l'expression de la résultante dynamique de l'ensemble  $E = (1, 2, 3)$  en projection sur  $\vec{y}_0$  dans son mouvement par rapport à  $R_0$ , notée :  $\vec{y}_0 \cdot \overline{R_D(E / R_0)}$ .

**Question 3-5 :** Déterminer l'expression du moment cinétique  $\overline{\sigma(C, 3/R_0)}$  au point C, du solide (3) dans son mouvement par rapport à  $R_0$ .

**Question 3-6 :** Déterminer l'expression du moment dynamique au point C du solide (3) en projection sur  $\vec{y}_0$  dans son mouvement par rapport à  $R_0$ , notée :  $\vec{y}_0 \cdot \overline{\delta(C, 3/R_0)}$ .

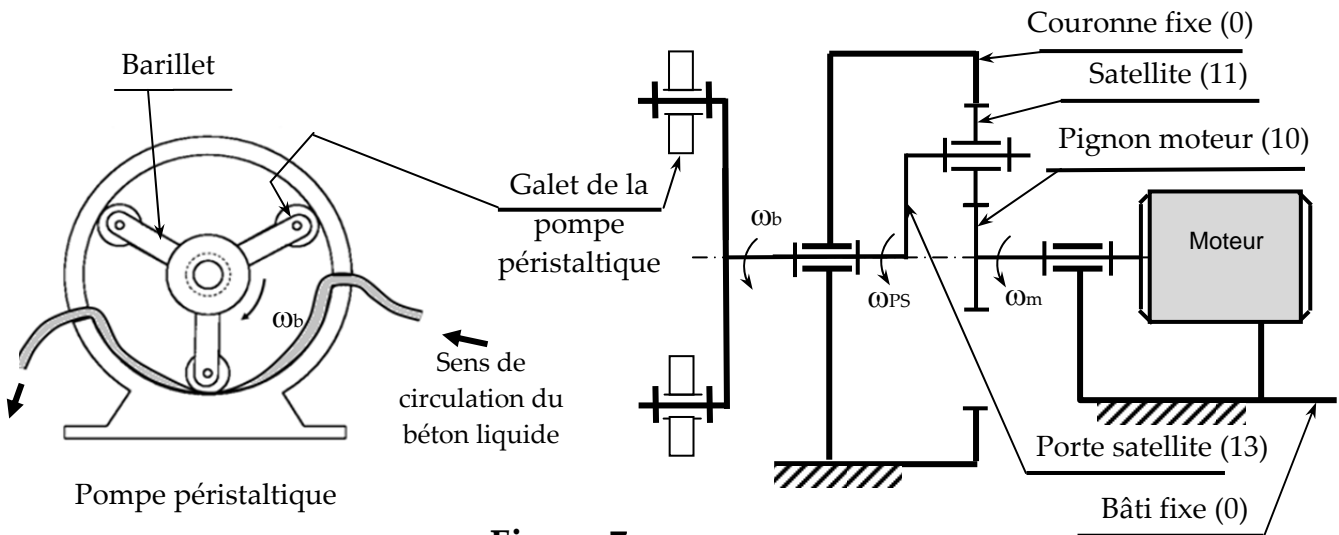
**Question 3-7 :** Isoler l'ensemble  $E = (1, 2, 3)$  et écrire l'équation du théorème de la résultante dynamique TRD en projection sur  $\vec{y}_0$ . (Seuls les termes des actions mécaniques seront développés)

**Question 3-8 :** Isoler l'ensemble  $E_1 = (2, 3)$  et écrire l'équation du théorème de la résultante dynamique TRD en projection sur  $\vec{x}_0$ . (seuls les termes des actions mécaniques seront développés)

**Question 3-9 :** Isoler Le solide (3) et écrire l'équation du théorème du moment dynamique TMD au point C en projection sur  $\vec{y}_0$ . (seuls les termes des actions mécaniques seront développés).

#### 4- Entraînement de la pompe péristaltique :

Le principe de la pompe péristaltique est de presser un tuyau flexible dans lequel circule le fluide, le mouvement du fluide dans le tuyau est obtenu en pressant celui-ci par des galets. Dans cette étude, le mouvement des galets est obtenu par un moteur électrique associé à un réducteur d'engrenage à train épicycloïdal (figure 7).



**Figure 7**

Données :(voir **figure 7**).

Nombre de dents du planétaire (10) (pignon moteur) :  $Z_{10} = 34$ .

Nombre de dents du satellite (11) :  $Z_{11}$

Nombre de dents de la couronne dentée fixe (0) :  $Z_0 = 68$

$C_m$  : couple moteur

$C_b$  : couple résistant que le tuyau du béton applique sur l'arbre de la pompe et

$$\omega_b = \omega_{PS} = \omega_{13}.$$

On néglige les pertes de puissance dans la transmission (rendement =1).

On pose :  $S$  la section du tuyau du béton.

**Question 4-1 :** En utilisant la formule Willis, déterminer le rapport du réducteur  $K = \frac{\omega_b}{\omega_m}$ .

**Question 4-2 :** Calculer  $Z_{11}$  : le nombre de dents du satellite (11) (voir figure 7).

**Question 4-3 :** Déterminer l'expression du couple  $C_b$  en fonction de  $C_m$  et  $K$  (Régime établi).

**Question 4-4 :** On pose  $F_b = \frac{C_b}{R_b}$  où  $F_b$  est la force de pression à l'intérieur du tuyau de

béton et  $R_b$  le rayon du barillet de la pompe. Déterminer alors l'expression de la pression  $P$  (supposée constante) à l'intérieur du tuyau en fonction de  $C_m, K, S$  et  $R_b$ .

**Question 4-5 :** Conclure quand au respect de l'exigence (1.2.1) indiquée sur le diagramme d'exigences, (on donne  $C_m = 20Nm$  ;  $R_b = 0,35m$  ;  $K = 0,3$  ;  $S = 7000mm^2$  ).

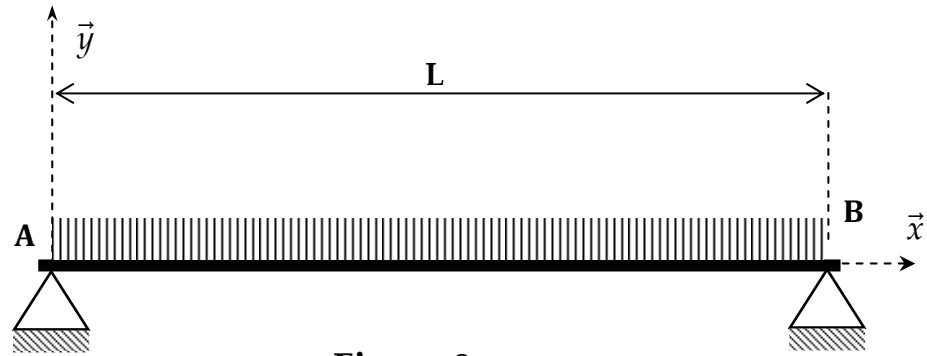


## 5- Déformation du portique

Dans cette partie, on s'intéresse à la déformation en flexion du portique supportant l'ensemble du mécanisme de la tête d'impression sous l'effet de son propre poids. On adoptera le modèle simplifié représenté sur la **figure 8**.

La poutre (1), de longueur  $L$  et de section carré de côté  $a$ , repose sur deux appuis simples aux points A et B et supporte une charge linéique répartie constante  $\vec{Q} = -q_0 \cdot \vec{y}$ .

On pose :  $\overrightarrow{AB} = L \cdot \vec{x}_0$ .



**Figure 8**

Le moment quadratique de la section droite par rapport à l'axe  $(G, \vec{z})$  est noté:  $I_{Gz} = \frac{a^4}{12}$ .

On pose,  $\sigma_e$  la contrainte à la limite élastique en traction et  $s$  le coefficient de sécurité.

**Question 5-1 :** Déterminer  $F_A$  et  $F_B$  : les inconnues des liaisons aux points A et B, en fonction de  $q_0$  et  $L$ .

**Question 5-2 :** Déterminer les expressions de l'effort tranchant  $T_y(x)$  et du moment de flexion  $M_{fz}(x)$  du torseur de cohésion.

**Question 5-3 :** Tracer les diagrammes de l'effort tranchant  $T_y(x)$  et du moment de flexion  $M_{fz}(x)$ , en déduire l'expression du moment de flexion maximal  $|M_{fz}|_{\max}$  en fonction de  $q_0$  et  $L$ .

**Question 5-4 :** Donner l'expression de la contrainte normale maximale dans la section de la poutre  $\sigma_{\max}$  en fonction de  $q_0$ ,  $a$  et  $L$ .

**Question 5-5 :** Déterminer l'expression de la valeur minimale du côté (a) de la poutre permettant de résister à la charge, en fonction de  $\sigma_e$ ,  $q_0$ ,  $s$  et  $L$ .

**Question 5-6 :** On désire déterminer l'expression de la déformée  $y(x)$  sachant que  $E \cdot I_{Gz} \cdot y''(x) = M_{fz}(x)$ . Avec  $E$  : module de Young du matériau.

**Question 5-6-a :** Donner deux conditions aux limites pour la déformée de la poutre.

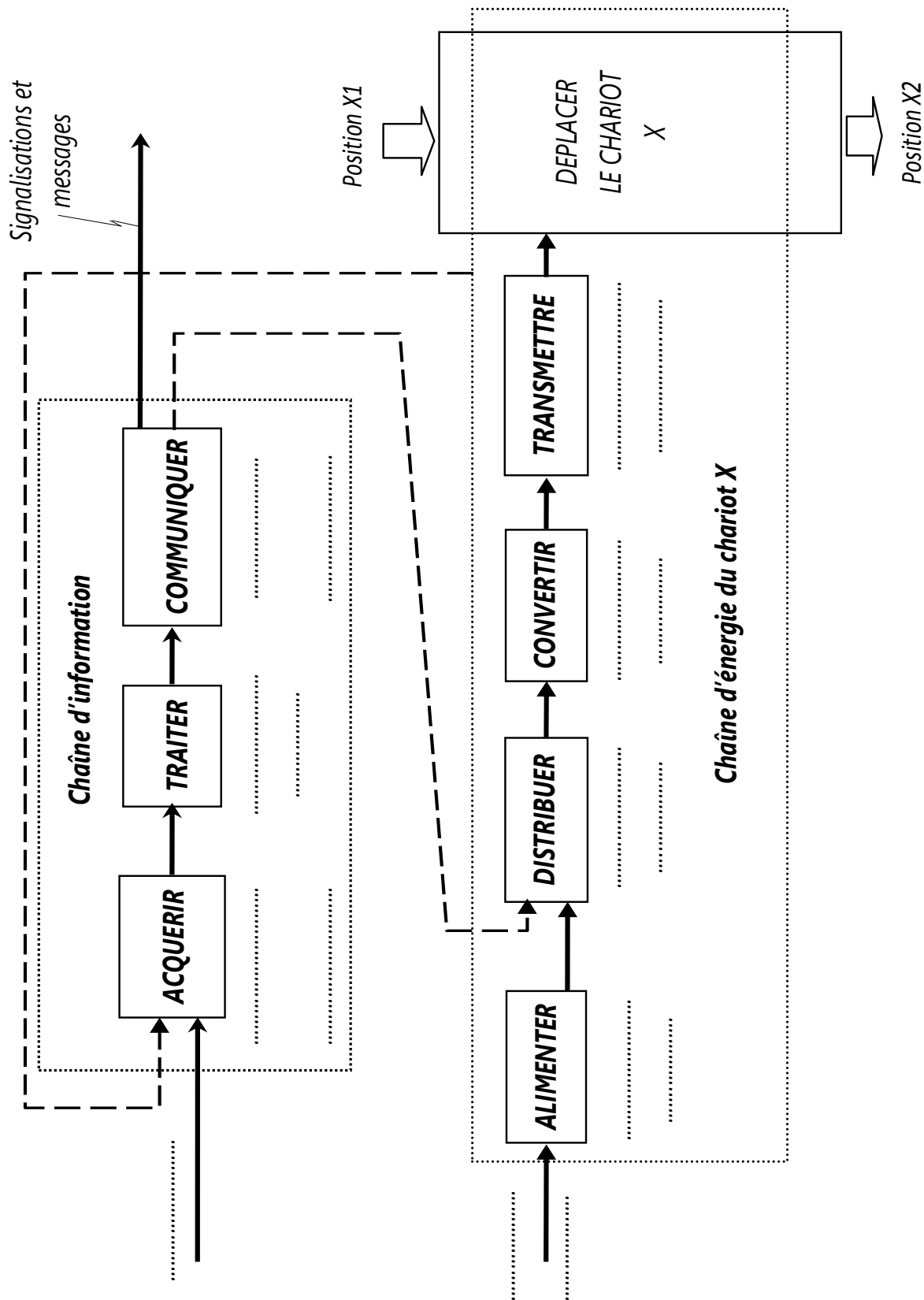
**Question 5-6-b :** Déterminer alors, l'expression de la déformée  $y(x)$ .

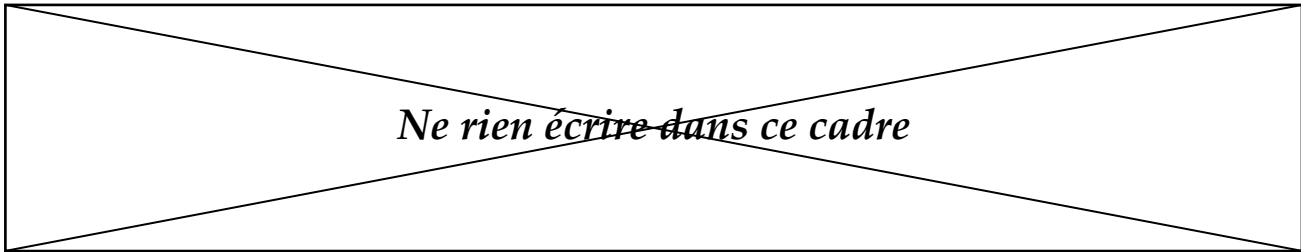
**Question 5-6-c :** Montrer que la flèche maximale est :  $y_{\max} = \frac{5 \cdot q_0 \cdot L^3}{384 \cdot E \cdot I_{Gz}}$ .

**Fin de l'énoncé**

*Ne rien écrire dans ce cadre*

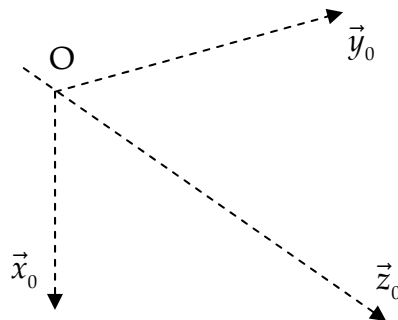
**DR1 – A RENDRE AVEC LA COPIE**



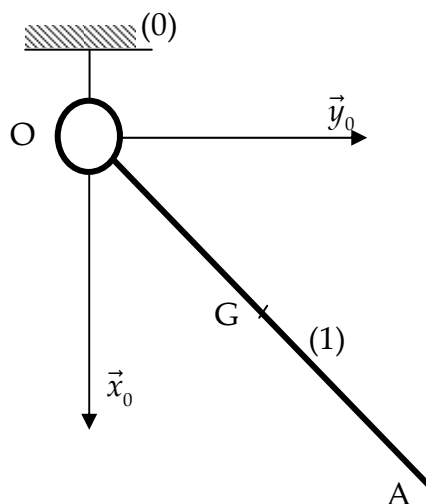


**DR2 – A RENDRE AVEC LA COPIE**

**Question 1-6 :** Dessiner le schéma cinématique spatial de la liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_0)$ .



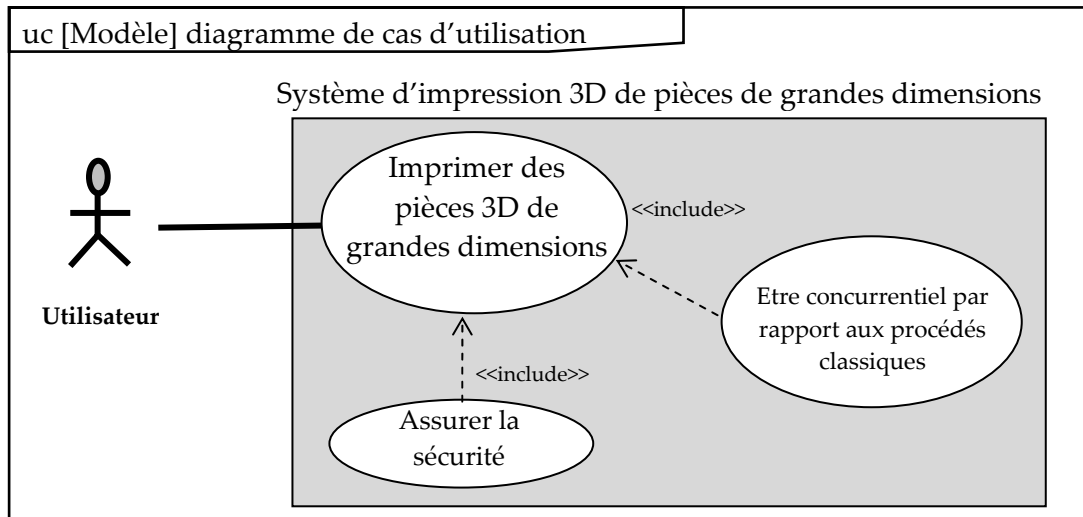
**Question 1-8 :** On pose  $\| \overrightarrow{V(A \in 1/0)} \| = 0,03m/s$ , tracer la vitesse du point A à l'échelle :  $0,01m/s \rightarrow 20mm$ .



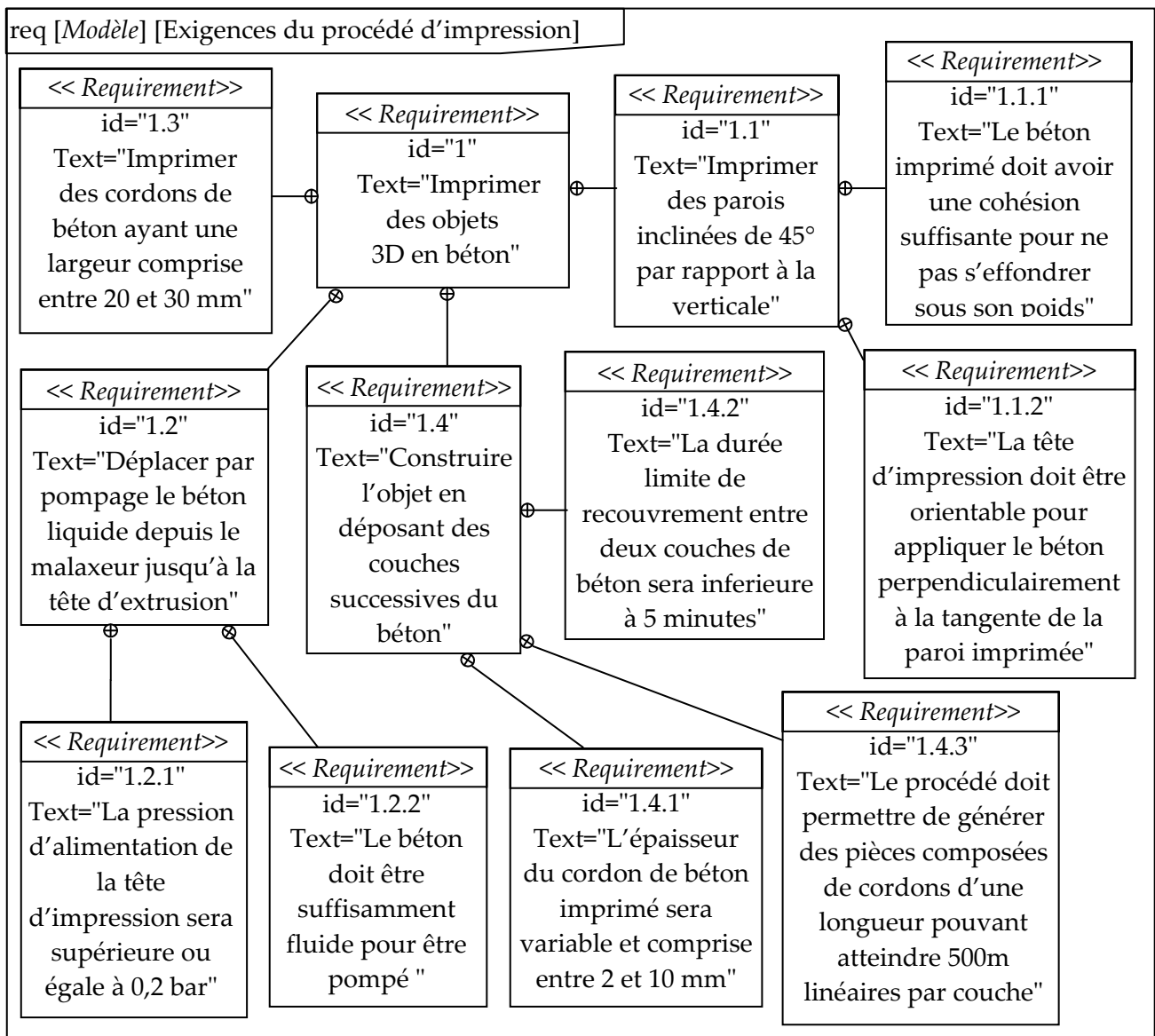
**Question 1-9 :** Tracer la vitesse du point G et donner sa norme.

$$\| \overrightarrow{V(G \in 1/0)} \| = \dots\dots\dots m/s$$

# DOCUMENT ANNEXE 1



**Diagramme de cas d'utilisation**



**Diagramme des exigences**

## DOCUMENT ANNEXE 2

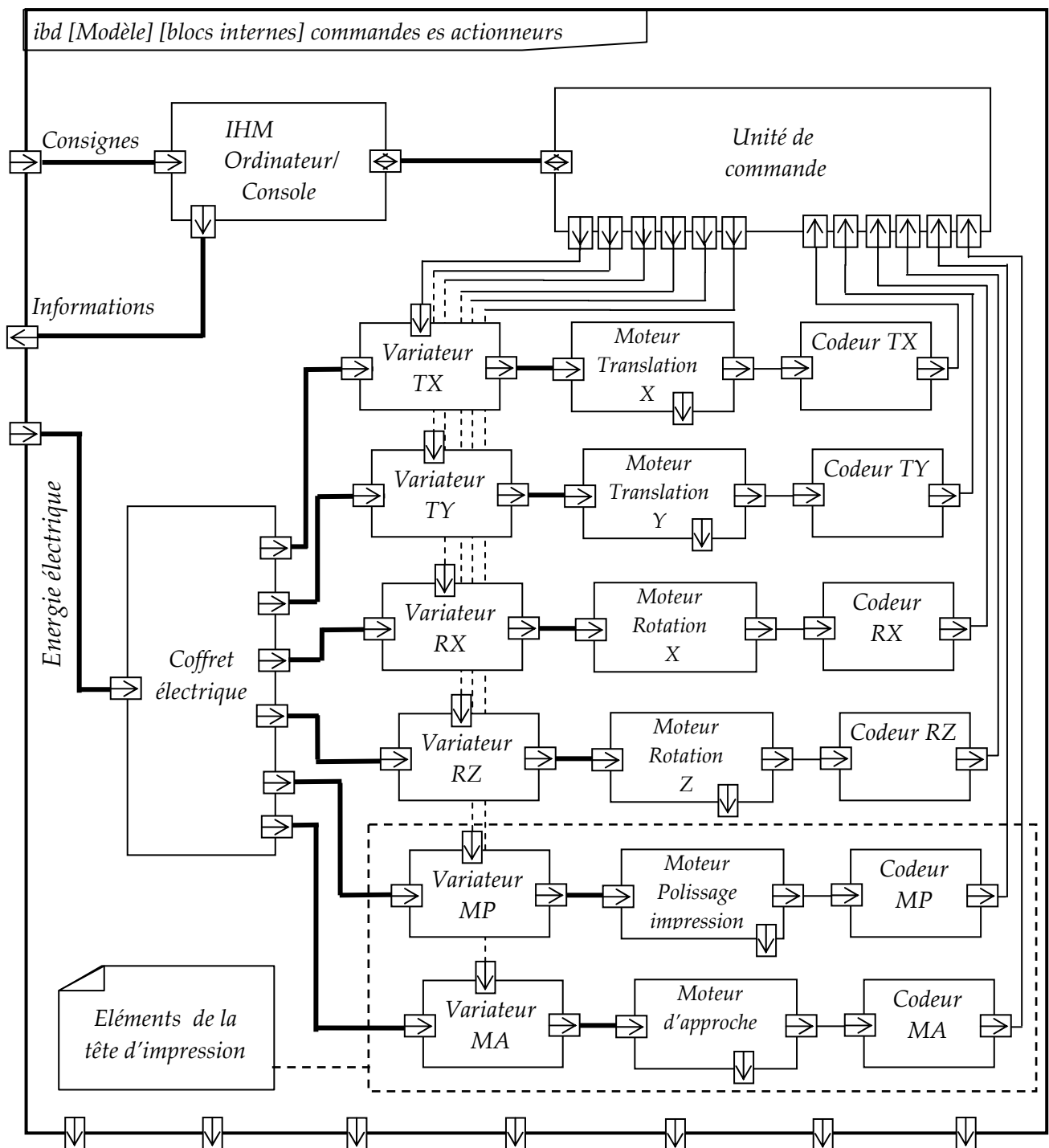


Diagramme de blocs internes partiel pour la commande des actionneurs.