

## CHARIOT ELEVATEUR FRONTAL

### Présentation du système :

L'étude proposée concerne quelques parties d'un chariot élévateur frontal électrique. Dans les lieux de stockage, les marchandises sont rangées sous forme de palettes afin de faciliter leur manipulation.

Le chariot élévateur permet de déplacer, ranger, charger ou décharger ces palettes. **(Figure1)**



### **Voir le document 1/3 :**

- La palette (3) est soulevée par les fourches qui peuvent glisser par rapport au mât afin de faire varier la hauteur.
- La batterie est logée dans le châssis (4). Elle alimente les différentes chaînes d'énergie et d'information du chariot.
- Le contrepoids (5) a pour fonction d'équilibrer le poids de la palette (3).
- Le châssis (4) est supporté par les essieux :
  - ✓ L'essieu avant (moteur), qui génère l'effort de traction en marche arrière et marche avant.
  - ✓ L'essieu arrière (de direction), qui permet le changement de direction du chariot.

### **Voir le document 2/3 :**

- Le châssis (4) repose sur l'essieu arrière à travers deux paliers de pivot (8) montés sur deux axes de pivot (9). Ce qui permet au corps de l'essieu arrière (10) d'effectuer une légère oscillation, autour des axes de pivot, par rapport au châssis (4).
- Pour orienter les roues arrière, un vérin hydraulique (15 -16) (à double tige), agit en même temps sur des biellettes (13 -14) qui orientent les moyeux porte-roues (11-12).

**Le document 3/3** présente le diagramme des exigences du chariot.

**Partie A. Etude statique du chariot:** (Exercice préliminaire notée 4/20)

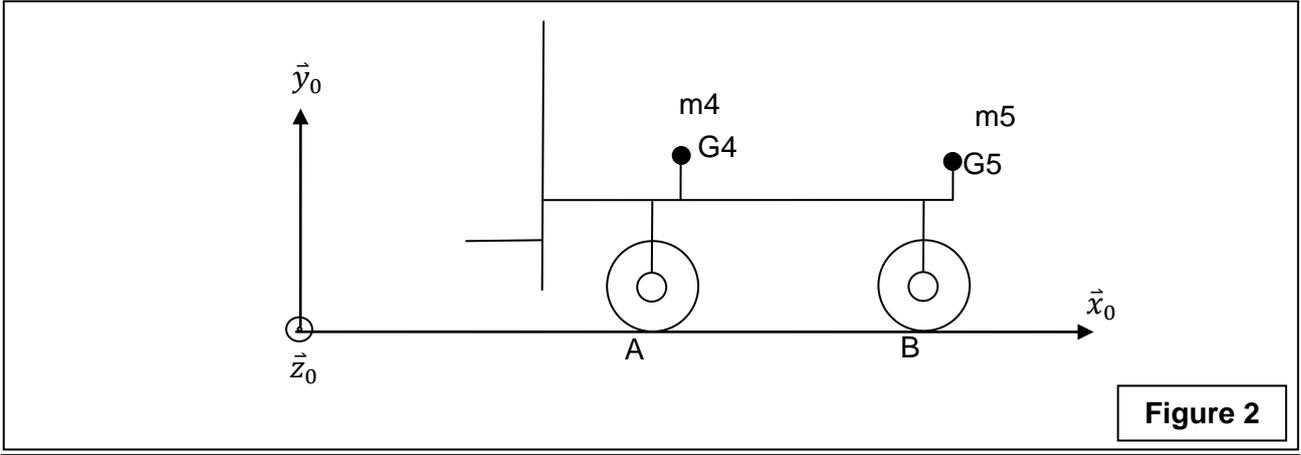


Figure 2

La figure 2 représente un modèle simplifié du chariot élévateur sans palette (modèle plan).

Le contrepoids (5) est de masse m5 et de centre d'inertie G5.

Le châssis (4), (avec les éléments qui lui sont liés autres que le contrepoids (5)) est de masse m4 et de centre d'inertie G4.

A : point de contact des roues avant avec le sol.

B : point de contact des roues arrière avec le sol.

G<sub>vide</sub> : centre d'inertie global de (4) et (5) (à vide), (sans palette).

On pose  $m_4 = 2000 \text{ kg}$  ,  $m_5 = 711 \text{ kg}$

$$\overrightarrow{AG_4} = d_4 \vec{x}_0 + h_4 \vec{y}_0 \quad , d_4 = 490 \text{ mm} , \quad h_4 = 420 \text{ mm}$$

$$\overrightarrow{AG_5} = d_5 \vec{x}_0 + h_5 \vec{y}_0 \quad , d_5 = 1578 \text{ mm} , \quad h_5 = 550 \text{ mm}$$

$$\overrightarrow{AG_{vide}} = d_{vide} \vec{x}_0 + h_{vide} \vec{y}_0$$

**A1-** Sachant que:  $m_4 \overrightarrow{AG_4} + m_5 \overrightarrow{AG_5} = (m_4 + m_5) \overrightarrow{AG_{vide}}$  , déterminer les expressions des coordonnées ( $d_{vide}$  et  $h_{vide}$ ) de  $G_{vide}$ .

Faire l'application numérique.

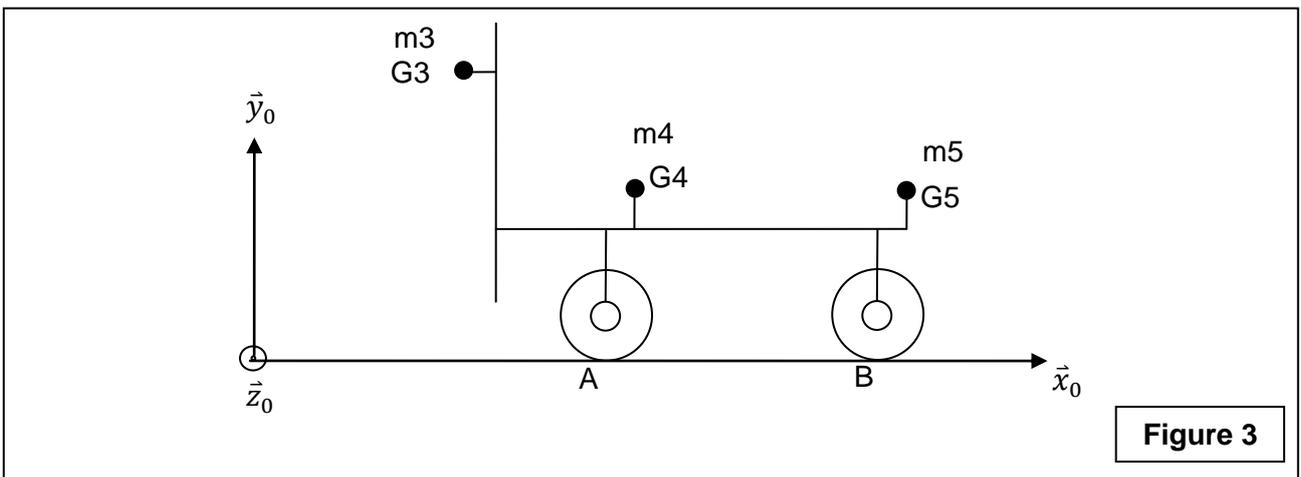


Figure 3

La figure 3 représente le même modèle mais avec la palette (3).

La palette (3) est de masse m3 et de centre d'inertie G3.

G<sub>charge</sub> : centre d'inertie global de (4), (5) et (3) (en charge), (avec palette).

On garde les masses m4 et m5 séparées (ne pas utiliser G<sub>vide</sub>) trouvé dans la question A1.

On pose  $m_4 = 2000 \text{ kg}$  ,  $m_5 = 711 \text{ kg}$   $m_3 = 1500 \text{ kg}$  (maximale)

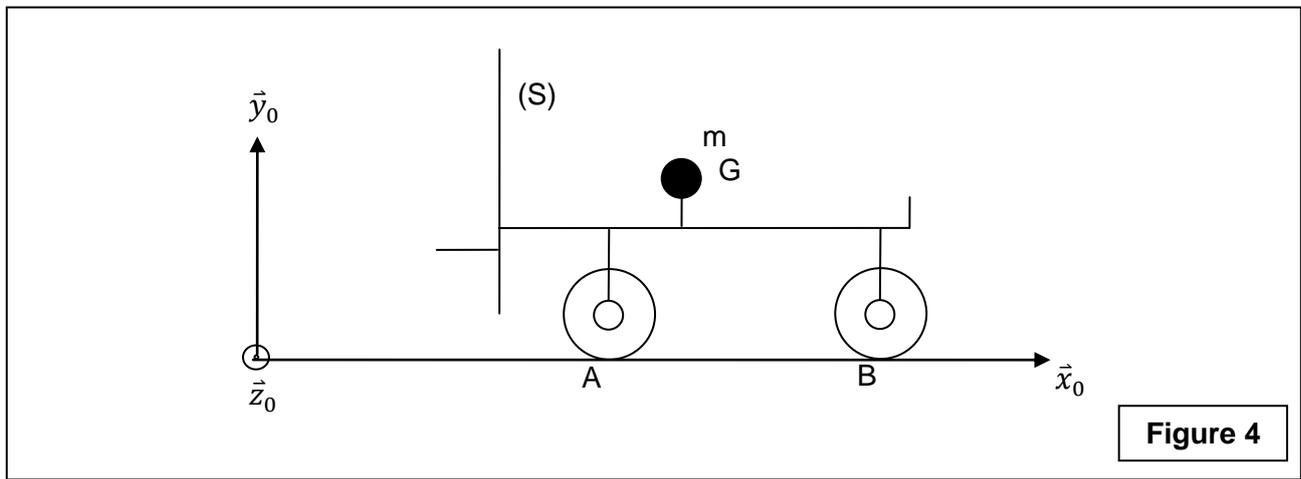
$$\vec{AG}_4 = d_4 \vec{x}_0 + h_4 \vec{y}_0 \quad , d_4 = 490 \text{ mm} , \quad h_4 = 420 \text{ mm}$$

$$\vec{AG}_5 = d_5 \vec{x}_0 + h_5 \vec{y}_0 \quad , d_5 = 1578 \text{ mm} , \quad h_5 = 550 \text{ mm}$$

$$\vec{AG}_3 = d_3 \vec{x}_0 + h_3 \vec{y}_0 \quad , d_3 = -862 \text{ mm} , \quad h_3 = 3000 \text{ mm (maximale)}$$

$$\vec{AG}_{charge} = d_{charge} \vec{x}_0 + h_{charge} \vec{y}_0$$

**A2-** Sachant que :  $m_3 \vec{AG}_3 + m_4 \vec{AG}_4 + m_5 \vec{AG}_5 = (m_3 + m_4 + m_5) \vec{AG}_{charge}$  , déterminer les expressions des coordonnées (d<sub>charge</sub> et h<sub>charge</sub>) de G<sub>charge</sub>.  
Faire l'application numérique.



La figure 4 représente le modèle équivalent du chariot (S) à l'arrêt.

Sa masse est m (avec ou sans palette) et son centre d'inertie est G (avec ou sans palette).

On pose  $\vec{AG} = d \vec{x}_0 + h \vec{y}_0$

$$\vec{AB} = L \vec{x}_0 \quad (L=1420 \text{ mm})$$

Les actions du sol (0) sur le chariot (S), respectivement en A et en B, sont modélisées respectivement par les torseurs :

$$\{0 \rightarrow S\}_A = \left\{ \begin{matrix} N_A \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A \quad \text{et} \quad \{0 \rightarrow S\}_B = \left\{ \begin{matrix} N_B \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_B \quad N_A \text{ et } N_B : \text{actions normales}$$

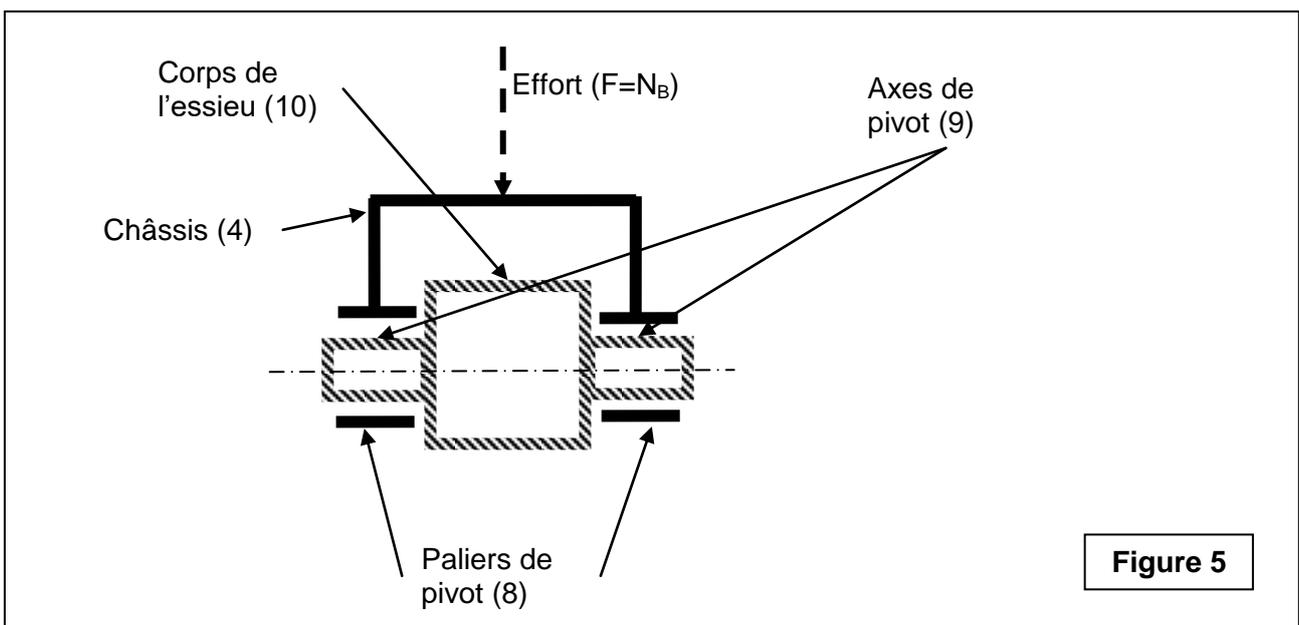
L'accélération de pesanteur est  $\vec{g} = -g \vec{y}_0$  ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

**A3-** Appliquer le principe fondamental de la statique à (S) et en déduire les expressions des actions normales N<sub>A</sub> et N<sub>B</sub> en fonction des données.

**A4-** Faire l'application numérique dans les conditions suivantes :

**Sans palette :** m=2711 kg  
d=775 mm

**Avec palette :** m=4211 kg  
d=192 mm



Le schéma de la **figure 5** représente la liaison entre le châssis (4), les paliers de pivot (8) et le corps de l'essieu (10). **(Voir document 2/3)**

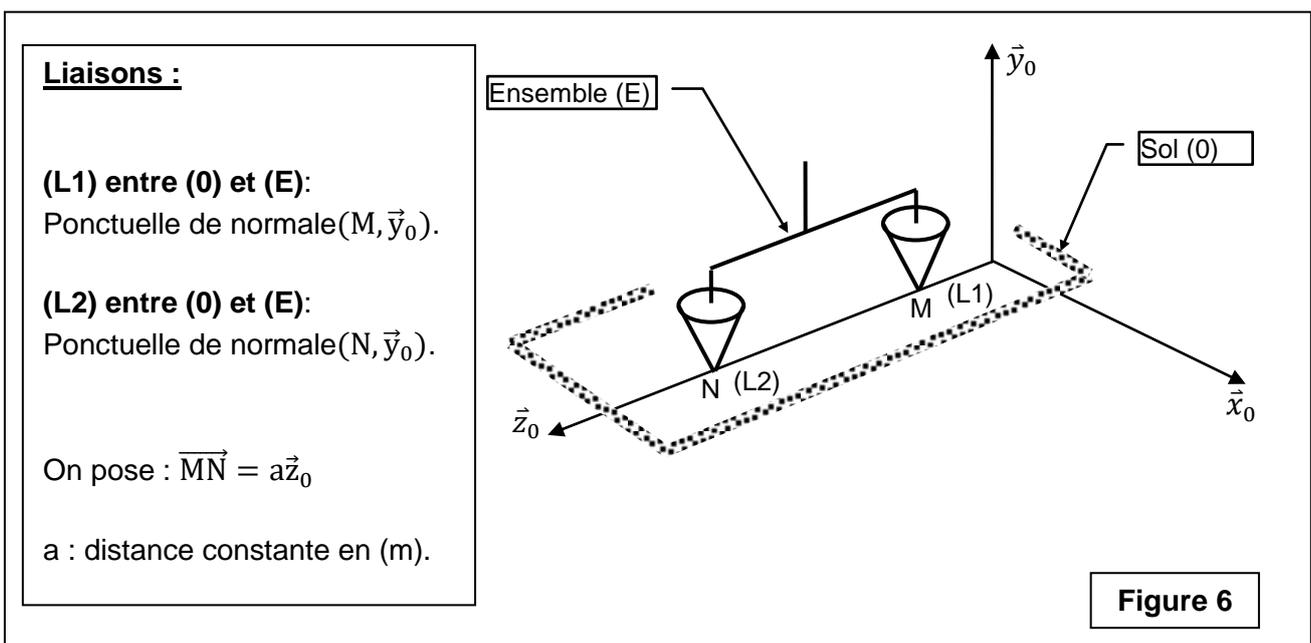
Le châssis (4) exerce un effort ( $F=N_B$ : action normale citée ci-dessus) sur les axes de pivot (9) à travers les paliers de pivot (8), **(Voir les détails sur le document 2/3)**

Les axes de pivot (9) sont de diamètre  $\varnothing d_9$ , fabriqués d'un acier dont la limite élastique en cisaillement est  $\tau_e = 200$  MPa.

**A5-** La contrainte maxi de cisaillement étant :  $\tau_{maxi} = \frac{T_{maxi}}{S_9} = \frac{F}{2 S_9}$ ,  $S_9$  étant la section de l'axe (9), dimensionner le diamètre ( $d_9$ ) des axes de pivot pour qu'ils résistent au cisaillement dû à un effort maximal  $F=14800$  N, on adopte un coefficient de sécurité  $s=3,5$ .

**Fin de l'exercice préliminaire**

**Partie B. Mobilités de l'essieu de direction :**

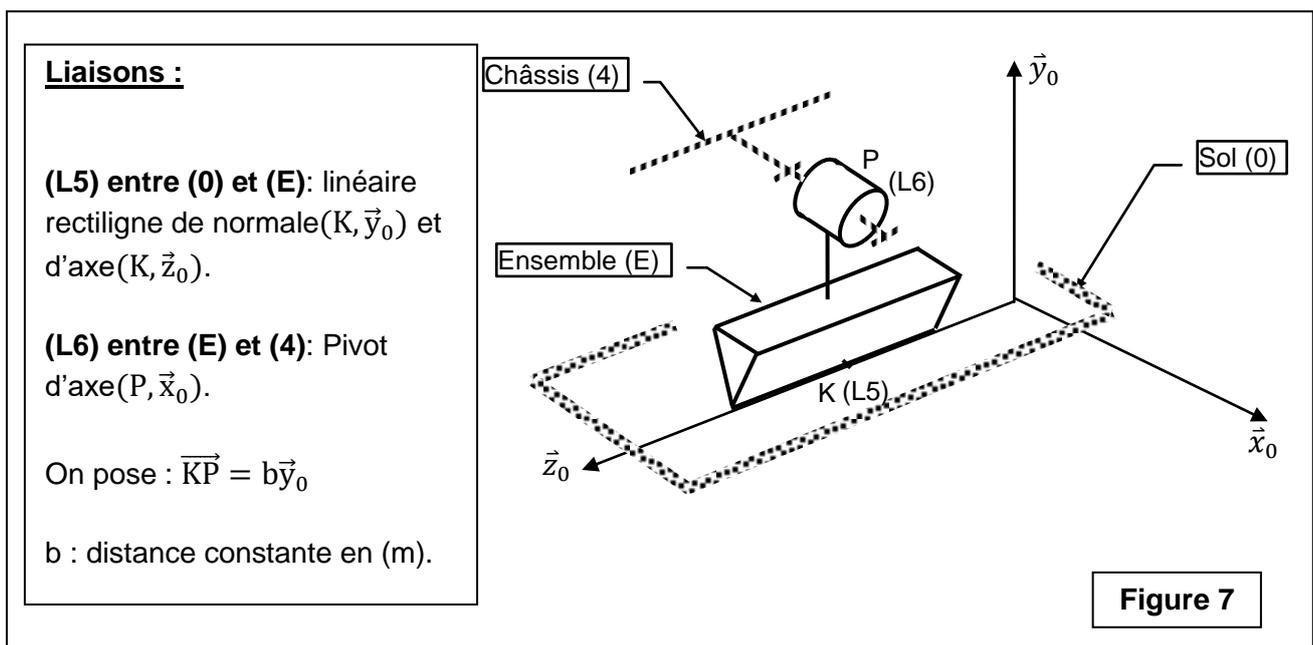


Les deux roues arrière (6) et (7) ainsi que les autres éléments liés au corps de l'essieu arrière (10) forment un seul bloc nommé (E) qui repose sur le sol (0).

**B1-** Tracer le graphe de liaisons (voir Figure6).

**B2-** De quel type d'association de liaisons s'agit-il.

**B3-** Par une étude statique au point M, montrer que la liaison équivalente entre l'ensemble (E) et le sol (0) est une linéaire rectiligne de normale  $(M, \vec{y}_0)$  et d'axe  $(M, \vec{z}_0)$ .



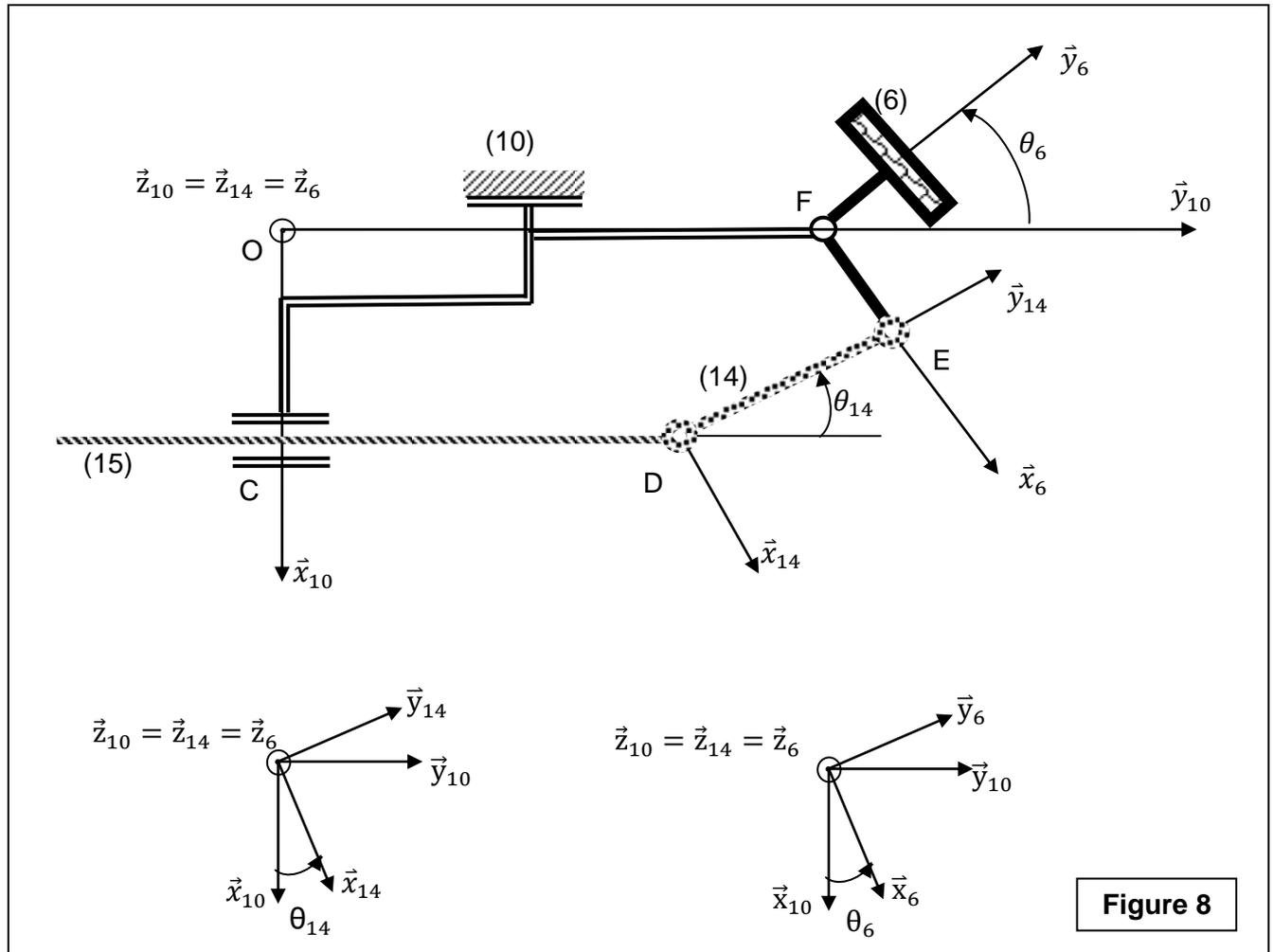
La figure 7 représente l'essieu arrière du chariot élévateur monté sur le châssis (4). L'intérêt d'un tel montage est que les roues s'adaptent aux irrégularités du sol.

**B4-** Tracer le graphe de liaisons (voir Figure 7).

**B5-** De quel type d'association de liaisons s'agit-il.

**B6-** Par une étude cinématique au point K, déterminer la liaison équivalente entre le châssis (4) et le sol (0).

**Partie C. Effort du vérin hydraulique de l'essieu de direction :**



**Figure 8**

La figure 8 représente un schéma cinématique du système de changement de direction des roues arrières. Seule une roue est représentée. (Voir document 2/3).

- (10) : Corps de l'essieu arrière **considéré fixe**.  $R_{10}(O, \vec{x}_{10}, \vec{y}_{10}, \vec{z}_{10})$  repère lié à (10).
- (15) : tige du vérin hydraulique en liaison pivot glissant avec (10) d'axe  $(C, \vec{y}_{10})$ .
- (14) : Bielle en liaison pivot avec (15) d'axe  $(D, \vec{z}_{10})$ .  $R_{14}(D, \vec{x}_{14}, \vec{y}_{14}, \vec{z}_{14})$  repère lié à (14).
- (6) : Roue en liaison pivot avec (14) d'axe  $(E, \vec{z}_{10})$  et en liaison pivot avec (10) d'axe  $(F, \vec{z}_{10})$ .  $R_6(F, \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$  repère lié à (6).

On pose :

$$\begin{aligned} \vec{OC} &= a\vec{x}_{10} & \text{avec} & & a &= 50 \text{ mm.} \\ \vec{OF} &= b\vec{y}_{10} & \text{avec} & & b &= 342 \text{ mm.} \\ \vec{DE} &= L\vec{y}_{14} & \text{avec} & & L &= 100 \text{ mm.} \\ \vec{FE} &= e\vec{x}_6 & \text{avec} & & e &= 71 \text{ mm.} \end{aligned}$$

$$\theta_{14}(t) = (\vec{x}_{10}, \vec{x}_{14}) = (\vec{y}_{10}, \vec{y}_{14}) \quad \text{et} \quad \theta_6(t) = (\vec{x}_{10}, \vec{x}_6) = (\vec{y}_{10}, \vec{y}_6)$$

$\theta_{14}(t)$  et  $\theta_6(t)$  : paramètres variables.

$$\vec{CD} = y(t)\vec{y}_{10} \quad \text{avec} \quad y(t) : \text{paramètre variable.}$$

**C1-** Ecrire la fermeture géométrique entre les points de la chaîne de solides (**Figure 8**).

Par projections sur les axes  $\vec{x}_{10}, \vec{y}_{10}$  déduire deux expressions :

$$\rightarrow \theta_{14} = f(\theta_6, a, e, L);$$

$$\rightarrow y(t) = g(\theta_6, a, e, L, b) \quad \text{sachant que : } \cos(\theta_{14}) > 0 .$$

**C2-** Le graphe de la **figure 9** représente les variations de  $\theta_{14}$  et  $\theta_6$  en fonction de  $y(t)$ .

La courbe représentant la sortie  $\theta_6$  en fonction de l'entrée  $y(t)$  peut être approchée par une équation d'une droite lorsque  $192\text{mm} \leq y(t) \leq 292\text{mm}$  :  $\theta_6 = K \cdot y(t) + B$ .

Déterminer K (en rd/m) et B (en rd) par les points de la

courbe :  $(192 \text{ mm}, -45^\circ)$  et  $(292 \text{ mm}, 45^\circ)$

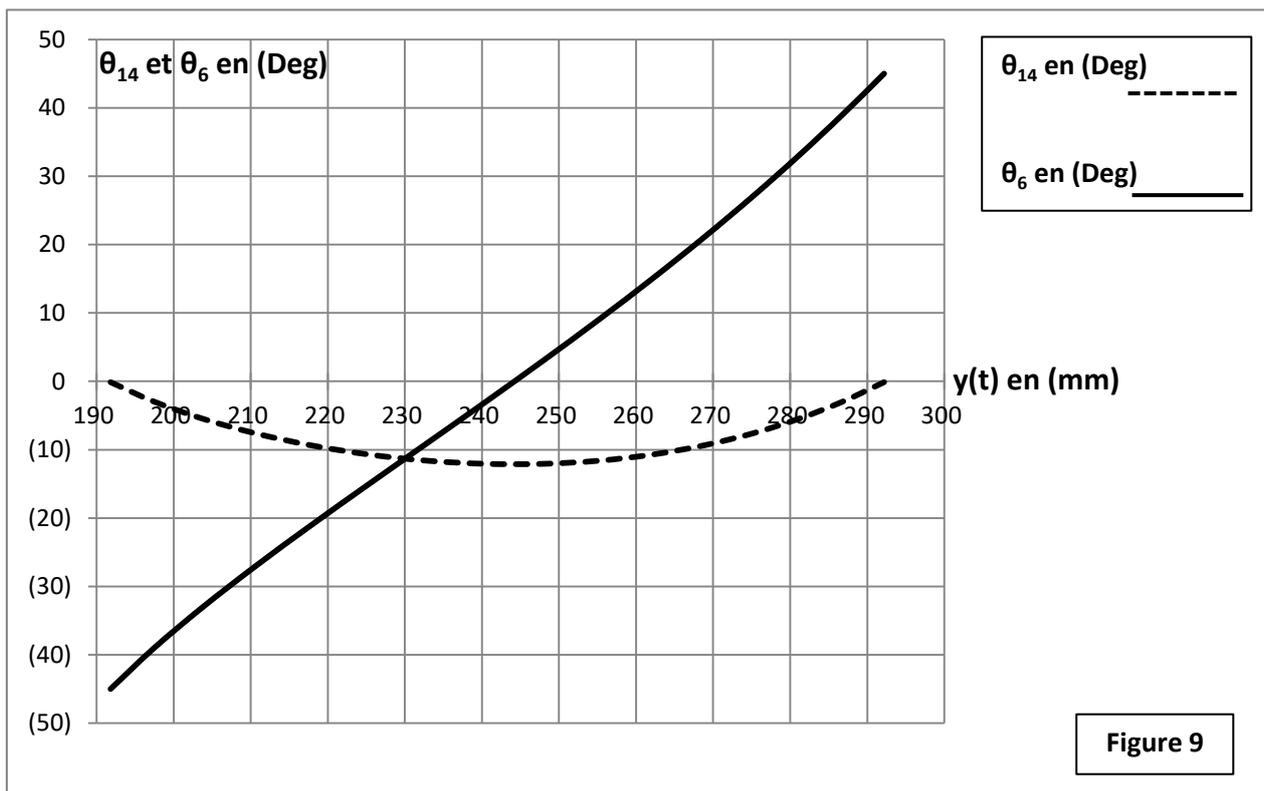


Figure 9

**C3-** En déduire alors la relation entre  $\dot{\theta}_6 = \omega_6$  en(rad/s ) et  $\dot{y}(t)$ en(m/s).

Faire l'application numérique.

**C4-** On se propose de vérifier ce résultat par méthode graphique :

Sur le **document à rendre 1/1** est représenté **le même système de la figure 8** à l'échelle 1 : 2 à une position arbitraire.

On donne  $\vec{V}_{(D \in 15/10)} = \dot{y}(t)\vec{x}_{10} = [0,5m/s]\vec{x}_{10}$  la vitesse de sortie de tige (15) par rapport à (10).

**Travail demandé : (Faire les tracés sur le document à rendre 1/1 . Les justifications sont à reporter sur le cahier réponse)**

**C41.** Tracer  $\vec{V}_{(D \in 15/10)}$  à l'échelle donnée.

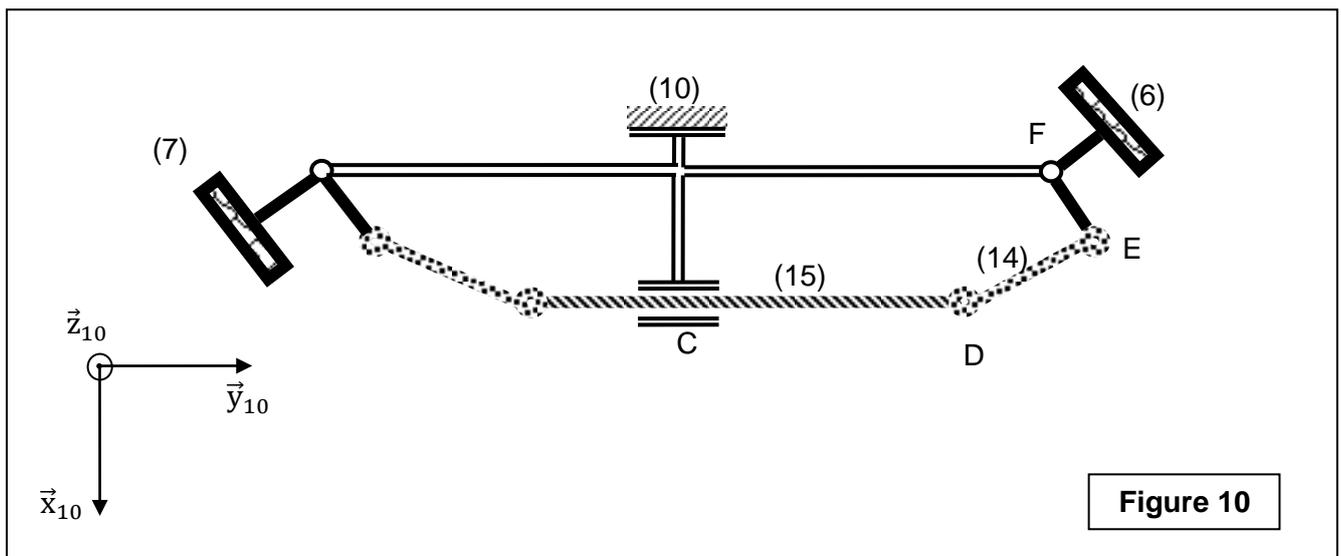
**C42.** Spécifier les caractéristiques de la vitesse  $\vec{V}_{(E \in 6/10)}$ .

**C43.** En déduire le CIR<sub>14/10</sub> (centre instantané de rotation de (14) par rapport à (10)).

**C44.** En déduire le module  $\|\vec{V}_{(E \in 6/10)}\|$ .

**C45.** Sachant que  $EF=e=71$  mm, déduire la vitesse angulaire  $|\dot{\theta}_6| = |\omega_6|$  en (rad/s).

Vérifier alors si  $\frac{\text{Sortie}}{\text{entrée}} = \frac{|\omega_6|}{\|\vec{V}_{(D \in 15/10)}\|} = \frac{|\omega_6|}{\dot{y}(t)} = K$  correspond au résultat trouvé en question C3.



**Figure 10**

**La figure 10** représente un schéma cinématique du système de changement de direction des roues arrière. **(Voir document 2/3).**

- (10) : Corps de l'essieu arrière **considéré fixe**. Le repère lié à (10) est **supposé galiléen**.
- (15) : tige du vérin hydraulique en liaison pivot glissant avec (10) d'axe  $(C, \vec{y}_{10})$ .  
La masse de (15) est  $m_{15}$ , elle se déplace à la vitesse  $\dot{y}(t)\vec{y}_{10}$ ,  $\dot{y} \geq 0$ .
- (14) : Bielle en liaison pivot avec (15) d'axe  $(D, \vec{z}_{10})$ .  
La masse de (14) est négligée ( $m_{14}=0$ ). Une autre bielle semblable se trouve du coté gauche, elle aussi de masse négligée.

- (6) : Roue en liaison pivot avec (14) d'axe  $(E, \vec{z}_{10})$  et en liaison pivot avec (10) d'axe  $(F, \vec{z}_{10})$ . (6) pivote autour de  $(F, \vec{z}_{10})$  à la vitesse angulaire  $\dot{\theta}_6 = \omega_6 = K\dot{y}(t)$  tel que K est une constante. Son moment d'inertie par rapport à  $(F, \vec{z}_{10})$  est  $J_6$ .
- (7) : roue qui a la même vitesse angulaire  $\dot{\theta}_7 = \dot{\theta}_6$  et le même moment d'inertie  $J_7 = J_6$ .
- L'huile sous pression applique sur la tige (15) du vérin un effort :  $\vec{F}_{\text{vérin}} = F_{\text{vérin}} \cdot \vec{y}_{10}$ .
- Le sol applique sur la roue (6) un **couple résistant** autour de  $(F, \vec{z}_{10})$  noté :  

$$\vec{C}_{r(1\text{ roue})} = -C_{r(1\text{ roue})} \vec{z}_{10} \quad , \quad C_{r(1\text{ roue})} \text{ constante positive.}$$
- Le sol applique sur la roue (7) le même couple résistant  $\vec{C}_{r(1\text{ roue})} = -C_{r(1\text{ roue})} \vec{z}_{10}$ .
- Toutes les pertes d'énergie dans les liaisons sont négligées.

### C5- Travail demandé :

- Donner l'expression de l'énergie cinétique totale du système S= (15, 6, 7) par rapport à (10).  
Exprimer cette énergie en fonction de  $\dot{y}$ , en déduire la masse équivalente de (S) ramenée sur l'axe de la tige (15) :  $m_{\text{éq}}$ .
- Appliquer le théorème de l'énergie cinétique (énergie puissance) sur (S) par rapport à (10).  
En déduire l'expression de  $F_{\text{vérin}}$  en fonction  $\dot{y}$  et des données.
- Faire l'application numérique sachant que :

$$C_{r(1\text{ roue})} = 237 \text{ Nm.}$$

$$m_{15} = 10 \text{ kg.}$$

$$K = 16 \text{ rad/m.}$$

$$J_6 = 0,473 \text{ kg.m}^2.$$

$$\ddot{y} = 0,5 \text{ m/s}^2$$

### Partie D. Etude du basculement sous l'effet dynamique en marche arrière :

La figure 11 représente un modèle du chariot élévateur sur le sol (0) incliné.

$R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  un repère lié à (0) tel que l'accélération de pesanteur s'écrit :  $\vec{g} = -g\vec{y}_0$ .

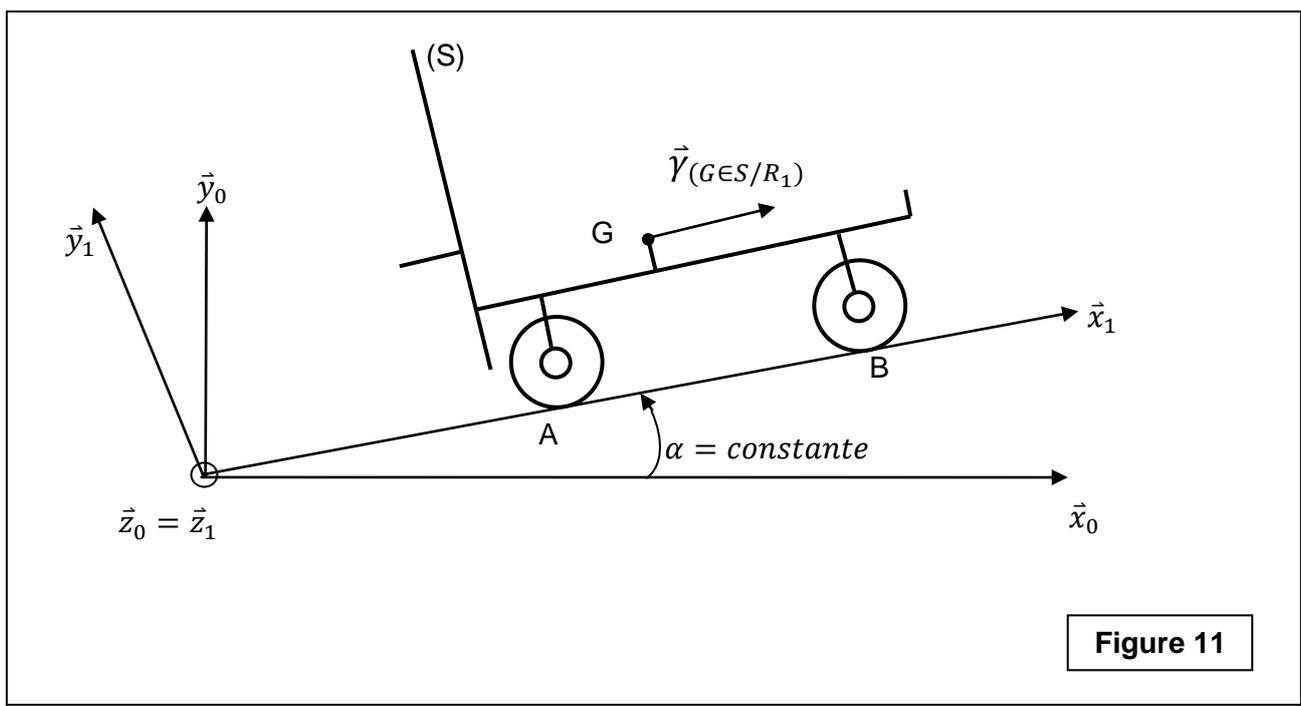
$R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  un autre repère lié à (0) tel que :  $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \text{constante}$ .

$R_0$  et  $R_1$  sont supposés galiléens.

Le chariot avec la palette est modélisé par un solide (S) de masse m, de centre d'inertie G.

Le problème étant plan, on suppose que (S) est en contacts ponctuels avec le sol (0)

respectivement en A et en B.



Le modèle d'étude proposé concerne le cas où **(S) accélère en marche arrière** (ou bien il **décélère en marche avant : freinage en marche avant**) ; dans ces deux cas il risque de basculer en fonction des conditions de charge et de géométrie.

(S) a un mouvement de translation rectiligne par rapport à  $R_1$ .  
 L'accélération de G par rapport à  $R_1$  est :  $\vec{\gamma}_{(G \in S/R_1)} = \gamma \vec{x}_1$  tel que  $\gamma > 0$ .

Les actions du sol sur (S) sont modélisées, respectivement en A et B, par :

$$\{0 \rightarrow S\}_A = \begin{Bmatrix} T_A \vec{x}_1 + N_A \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A \quad \text{et} \quad \{0 \rightarrow S\}_B = \begin{Bmatrix} N_B \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

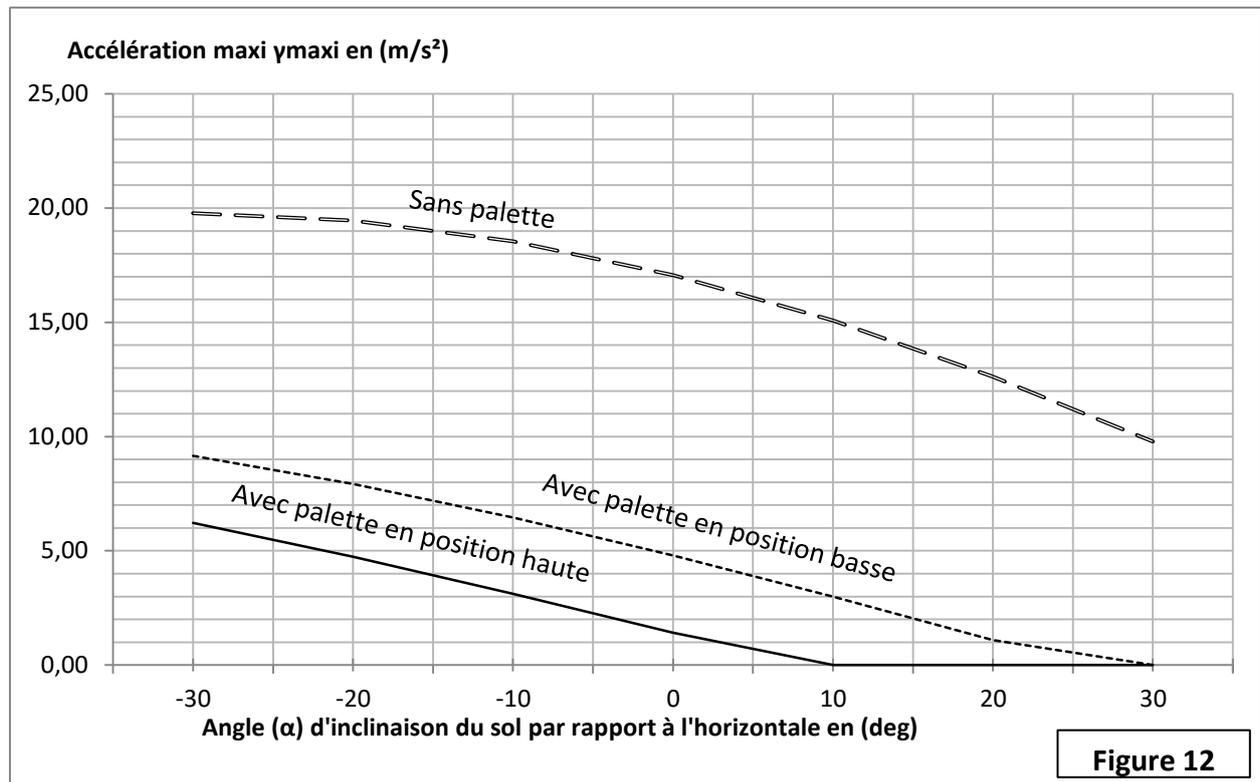
$N_A$  : action normale en A.  
 $N_B$  : action normale en B.  
 $T_A$  : action tangentielle en A.

On pose :  $\vec{AG} = d\vec{x}_1 + h\vec{y}_1$   
 $\vec{AB} = L\vec{x}_1$  (d, h et L des constantes)

**D1-** Montrer que le torseur dynamique de (S) par rapport à  $R_1$  s'écrit:  $\{D_{(S/R_1)}\}_G = \begin{Bmatrix} m\gamma \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G$ .

**D2-** Appliquer le principe fondamental de la dynamique à (S) et en déduire les expressions de **chacune des actions**  $N_A$ ,  $N_B$  et  $T_A$  en fonction de  $\gamma$  et des données.

**D3-** Pour éviter le basculement frontal du chariot élévateur, l'action normale  $N_B$  doit être toujours positive :  $N_B > 0$   
 Déduire de cette condition l'expression de l'accélération maximale  $\gamma_{maxi}$  en fonction des données.



**D4-** Le graphe de la **figure 12** donne les courbes de l'accélération maximale **qu'il ne faut pas atteindre**, afin d'éviter le basculement frontal du chariot élévateur.

- Pour travailler loin de ces courbes (**en dessous de ces courbes**), les constructeurs adoptent une marge de sécurité de  $3 m/s^2$ .
- Pour des raisons pratiques de conduite du chariot élévateur et de gain de temps, l'accélération  $\gamma$  **doit être inférieure ou égale à  $1,5 m/s^2$** .

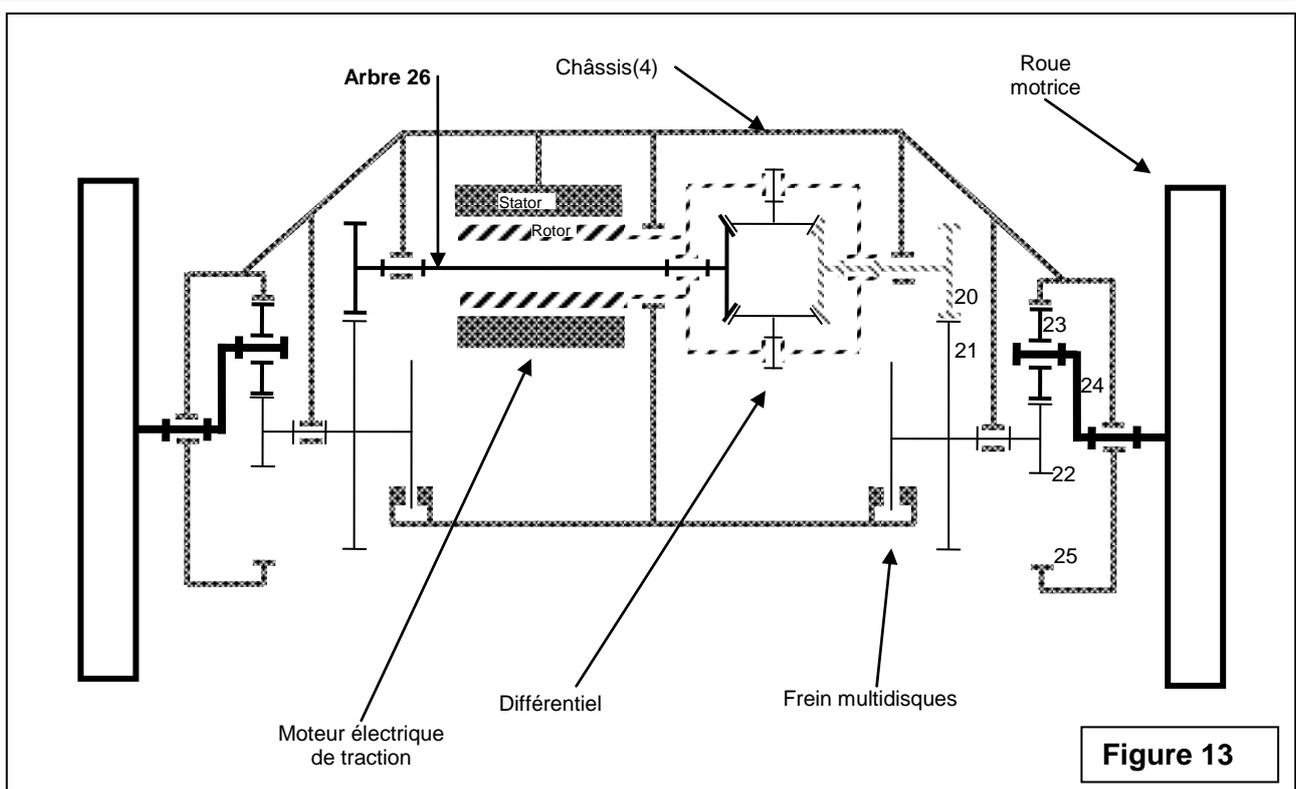
→ Pour le cas « **Avec palette en position basse** », quelles sont les valeurs de ( $\alpha$ ) vérifiant simultanément ces deux conditions.

→ Tracer un schéma **à mains levée** (**croquis** sans respect de l'échelle en se basant sur la figure 11) montrant l'état du chariot vérifiant ces valeurs de ( $\alpha$ ).

## Partie E. Essieu moteur :

La figure 13 représente le schéma cinématique de l'essieu moteur (**Voir document 1/3**), il permet de générer l'effort de traction en marche arrière et marche avant.

Le châssis (4) est supposé fixe. La rotation du rotor est transmise **simultanément** aux deux arbres (20) et (26) par le différentiel. **Le différentiel n'est pas étudié dans cette épreuve.**



(20) : pignon moteur de nombre de dents  $Z_{20} = 26$  dents.

(21) : pignon de nombre de dents  $Z_{21} = 64$  dents.

(22) : pignon de nombre de dents  $Z_{22} = 30$  dents.

(23) : Satellite de nombre de dents  $Z_{23} = 60$  dents.

(25) : Roue à denture intérieure liée au châssis (4), de nombre de dents  $Z_{25} = 150$  dents.

(24) : Porte satellite lié à la roue motrice du chariot élévateur.

On se place dans le cas où le chariot élévateur se déplace en ligne droite.

On pose  $[\omega_{20/4}, \omega_{21/4}, \omega_{22/4}, \omega_{23/4}$  et  $\omega_{24/4}]$  les vitesses angulaires respectives des solides 20, 21, 22, 23 et 24 par rapport au châssis fixe 4.

**E1-** A l'aide de la formule de WILLIS montrer que la relation entre  $\omega_{24/4}$  et  $\omega_{22/4}$  est

$$\Rightarrow \frac{\omega_{24/4}}{\omega_{22/4}} = \frac{Z_{22}}{Z_{22} + Z_{25}}$$

**E2-** Déterminer la relation entre les vitesses angulaires  $\omega_{21/4}$  et  $\omega_{20/4}$ .

**E3-** En déduire que la relation entre les vitesses angulaires  $\omega_{24/4}$  et  $\omega_{20/4}$  est

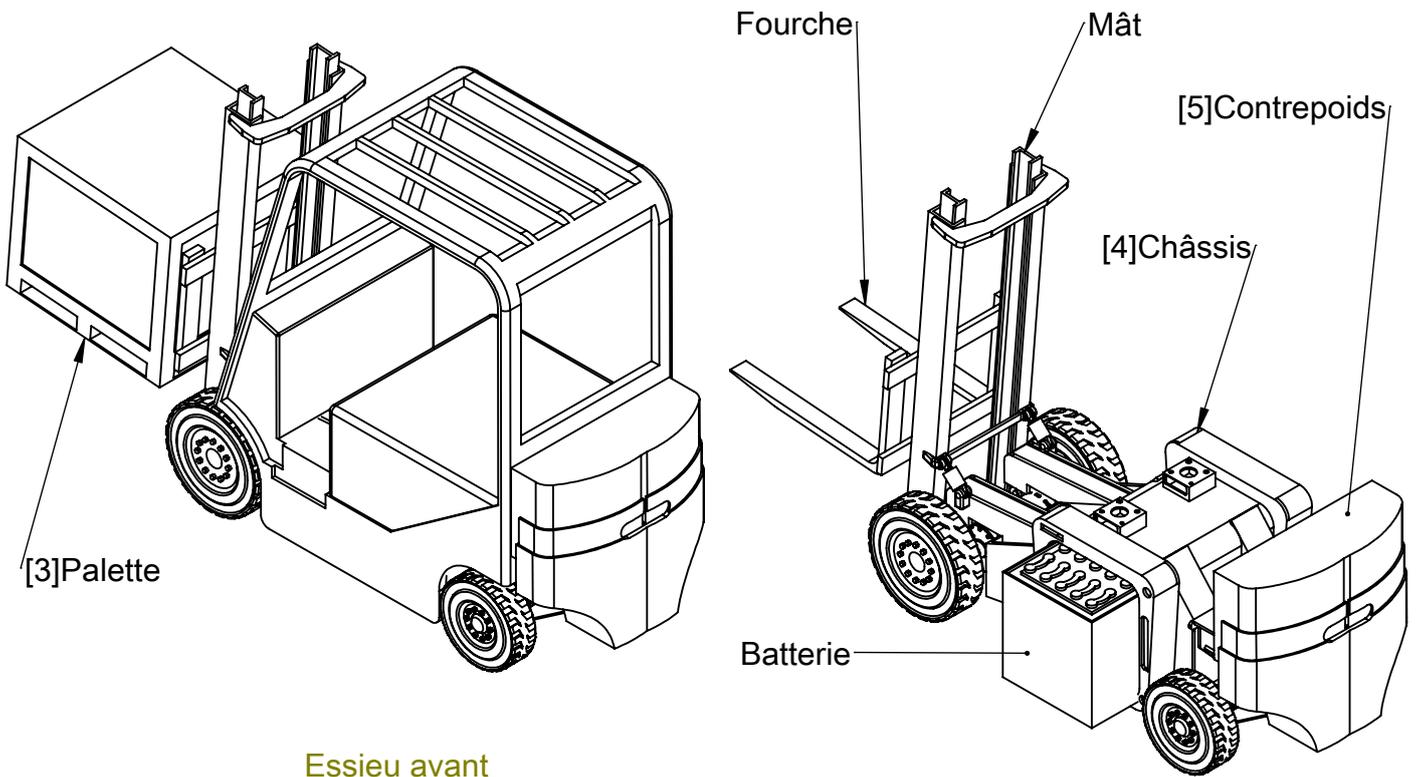
$$\Rightarrow \frac{\omega_{24/4}}{\omega_{20/4}} = -\frac{Z_{20} \cdot Z_{22}}{Z_{21}(Z_{22} + Z_{25})}$$

**E4-** Calculer  $|\omega_{24/4}|$  sachant que  $\omega_{20/4} = 288$  rd/s.

**E5-** En déduire la vitesse d'avance du chariot élévateur en (km/h) si le rayon de la roue motrice est  $R_{\text{roue}} = 260$  mm.

**E6-** Déterminer le diamètre minimal  $d_{26(\text{Mini})}$  de l'arbre (26) sachant qu'il transmet un couple maximum  $C_{\text{Maxi}} = 32$  N.m, sa limite élastique  $\tau_e = 180$  MPa. On adopte un coefficient de sécurité  $s = 3$ .

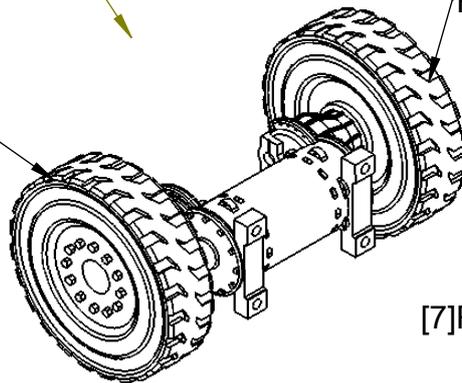
**FIN DE L'ENONCE**



Essieu avant  
(Essieu moteur)

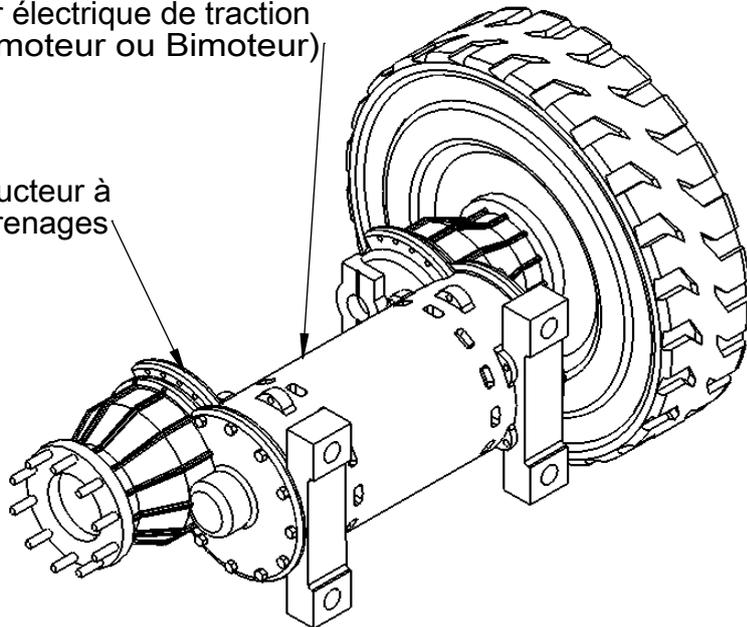
Roue avant gauche

Roue avant droite



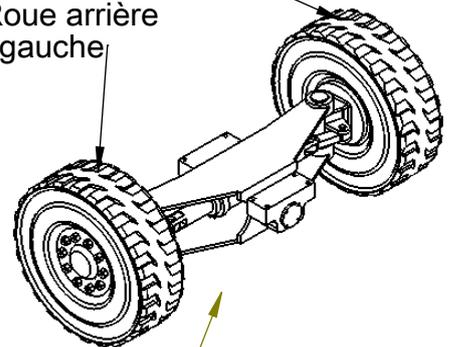
Moteur électrique de traction  
(Monomoteur ou Bimoteur)

Réducteur à engrenages

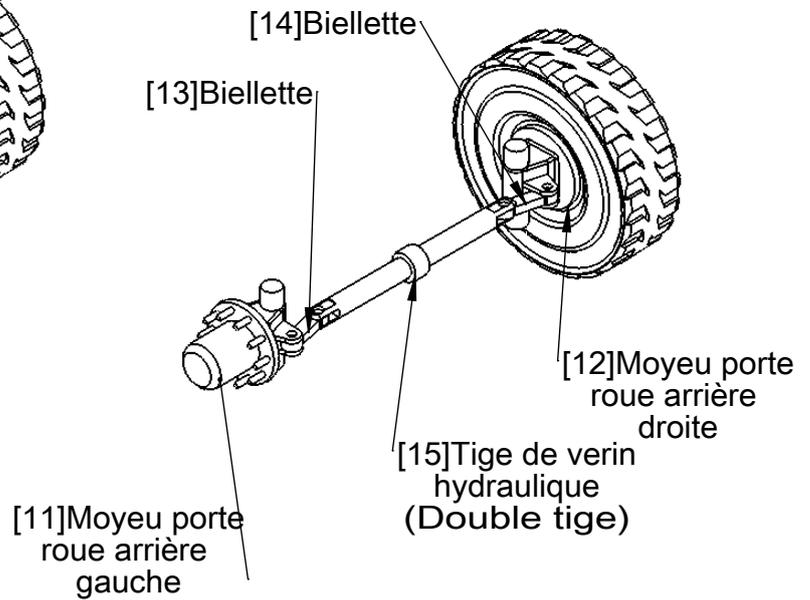
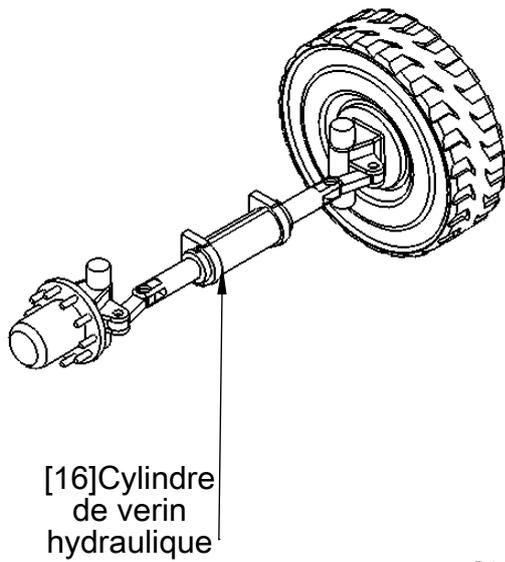
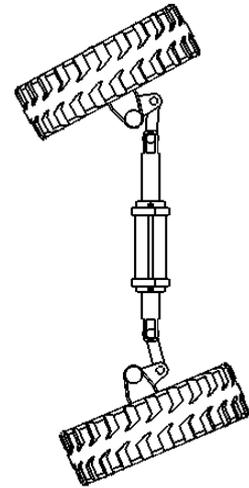
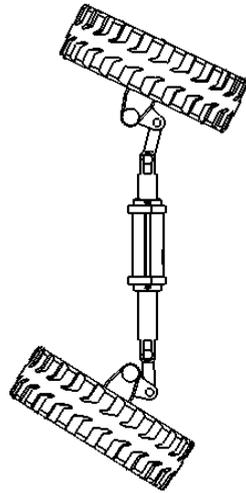
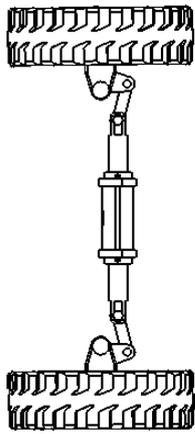
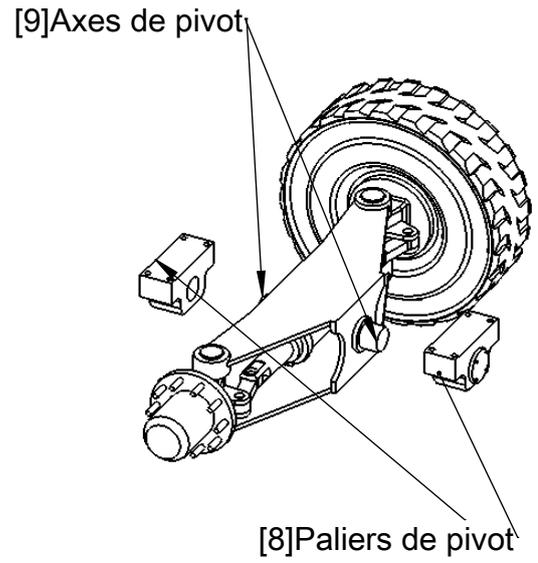
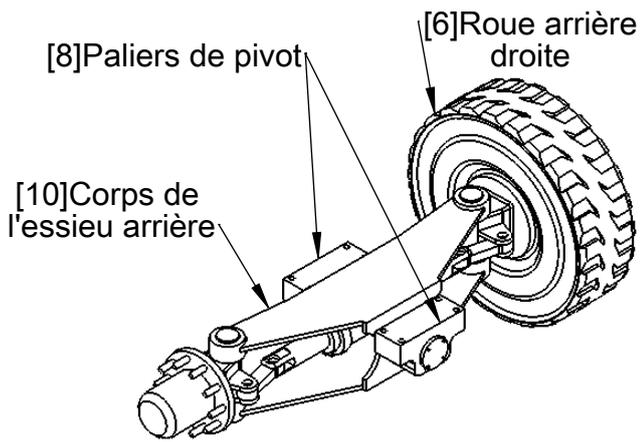


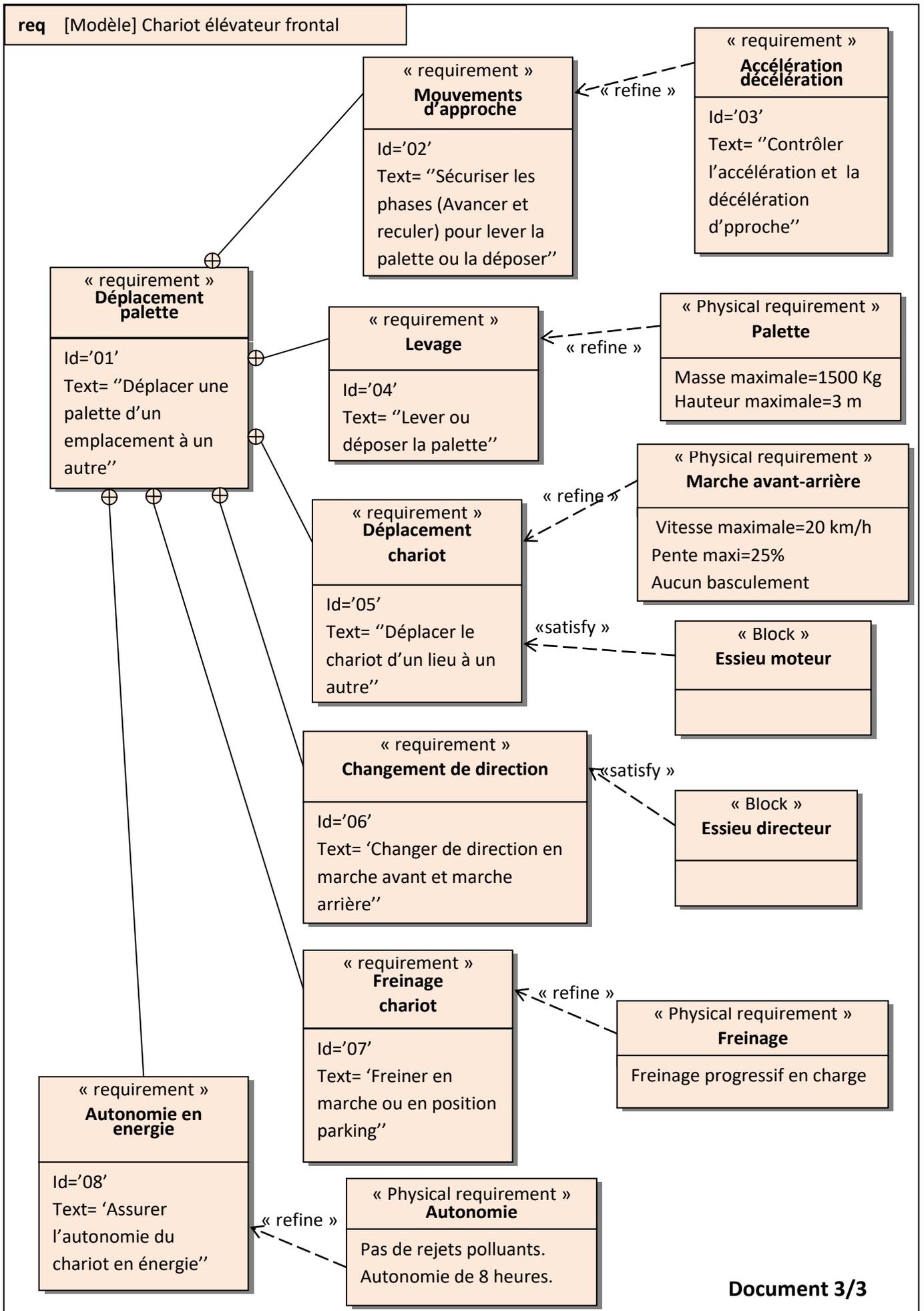
[6]Roue arrière droite

[7]Roue arrière gauche



Essieu arrière  
(Essieu de direction)





Echelle des dimensions 1:2  
Echelle des vitesses 0,5 m/s .....30 mm

NE  
RIEN  
ECRIRE  
DANS  
CE  
CADRE

