

Exercice (Noté 4/20) :

Veillez répondre sur le document réponse DR1 :

Notation : Le torseur cinématique d'une liaison mécanique normalisée entre deux solides S_j et S_i , exprimé au point O et dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est donné par la forme canonique suivante :

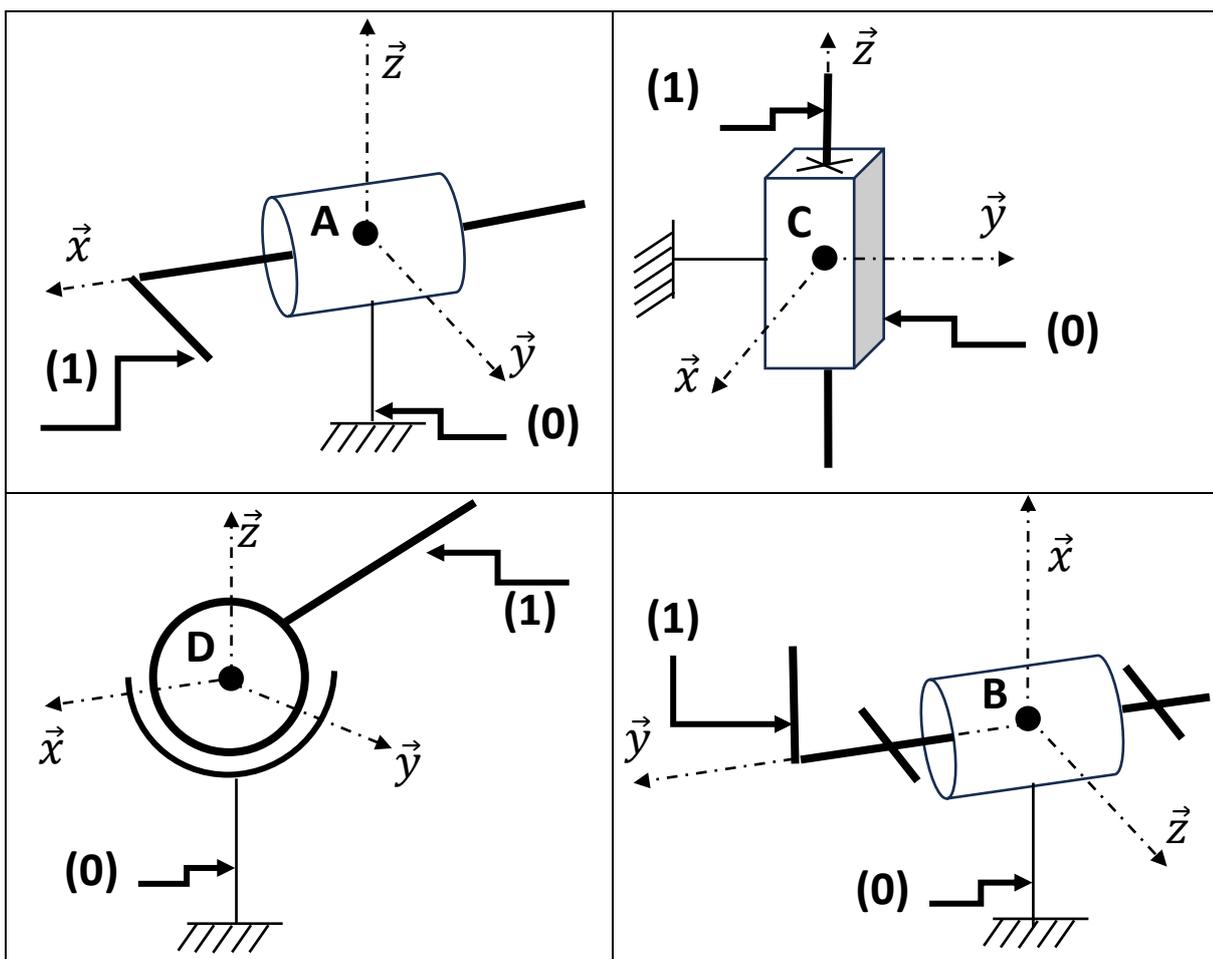
$$\{v(S_j/S_i)\} = \begin{Bmatrix} \omega_x | v_x \\ \omega_y | v_y \\ \omega_z | v_z \end{Bmatrix}_{(O; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

Avec :

- ω_x, ω_y et ω_z , sont les composantes du vecteur vitesse de rotation du mouvement (S_j/S_i) autour des directions \vec{x}, \vec{y} et \vec{z} respectivement ;
- v_x, v_y et v_z , sont les composantes du vecteur vitesse du point O dans le mouvement (S_j/S_i) suivant les directions \vec{x}, \vec{y} et \vec{z} respectivement.

Question 1 : (sur DR1)

Pour les liaisons mécaniques proposées dans le tableau suivant, Donner le nom, la caractéristique géométrique et le torseur cinématique de ces liaisons.



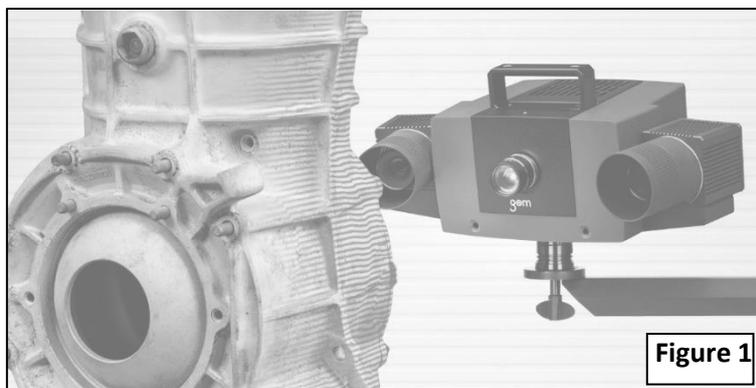
Fin de l'exercice

Systeme de numérisation tridimensionnelle

Problème :

Présentation du système :

Les scanners 3D (**figure 1**) sont des appareils innovants qui ont transformé la manière dont nous capturons et traitons les informations tridimensionnelles dans le domaine de l'industrie, offrant ainsi des avantages significatifs en termes de précision, d'efficacité et de rentabilité. En effet, Ces scanners utilisent une technologie de pointe pour numériser rapidement et avec précision les objets et les environnements. Ces systèmes permettent d'obtenir des images 3D des pièces qui possèdent des formes géométriques difficile à reproduire rapidement par les logiciels de CAO.



Ces systèmes sont équipés d'un scanner laser qui permet de mesurer rapidement un nuage de point ce capteur permet d'obtenir un scan numérique précis de toutes tailles, selon le manipulateur qui le supporte. Ils peuvent être montés sur des manipulateurs à 6 degrés de liberté, des structures cartésiennes, des robots delta, et peuvent également être utilisés manuellement pour numériser des pièces de petite taille (**figure 2**).

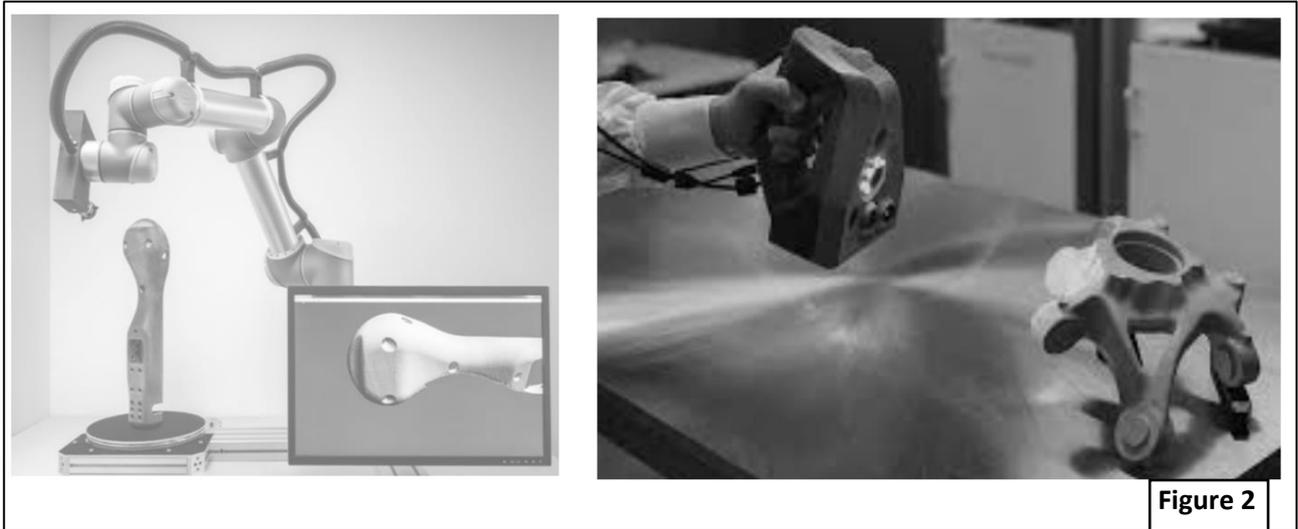


Figure 2

L'étude porte sur un mécanisme de guidage pour les scanners 3D (**figure 3**) utilisés pour capturer des images tridimensionnelles de grandes pièces. Le mécanisme utilisé pour cette tâche est un bras équipé de deux scanners 3D orthogonaux, guidé en translation vertical par rapport au bâti du mécanisme afin de couvrir toute la longueur de la pièce lors de l'acquisition. Un troisième scanner 3D fixé sur la partie supérieure du bâti pour capturer l'image de la partie supérieure de la pièce (**figure 4**).

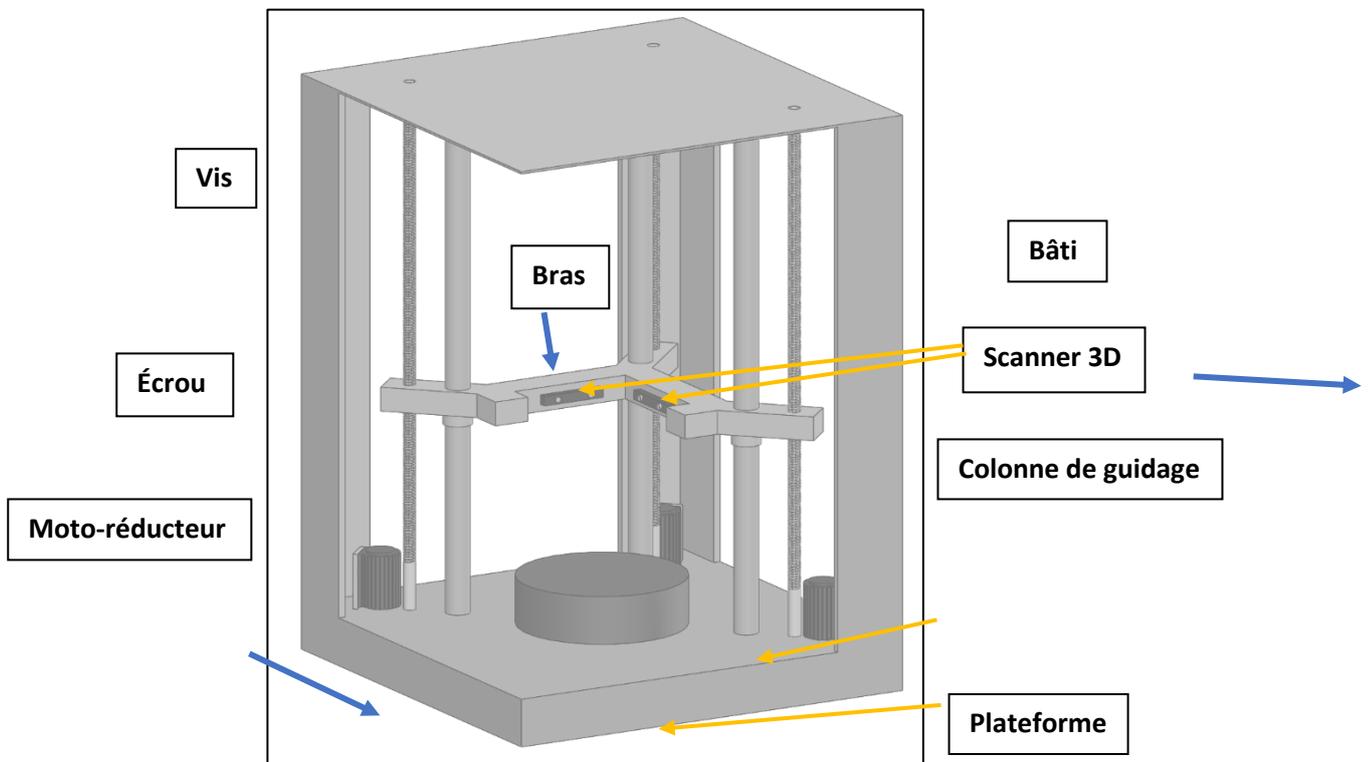
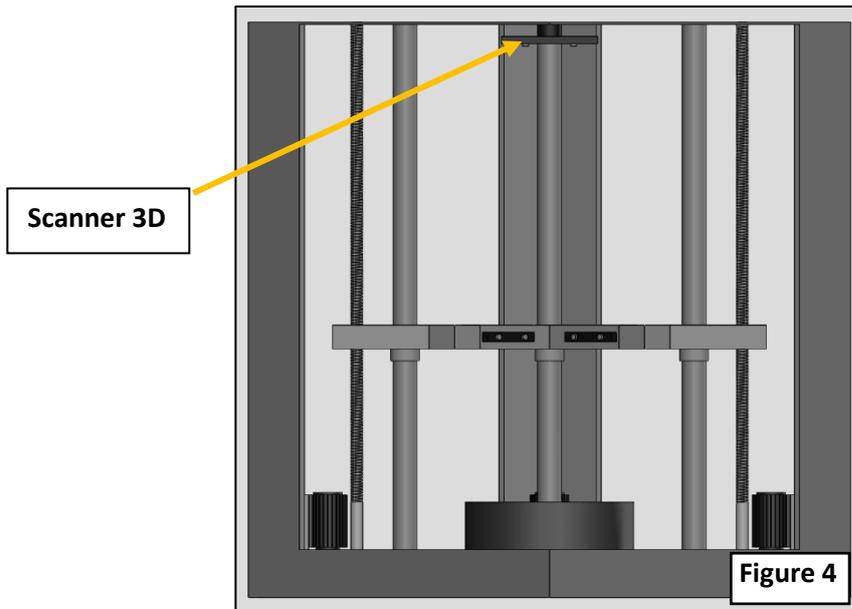
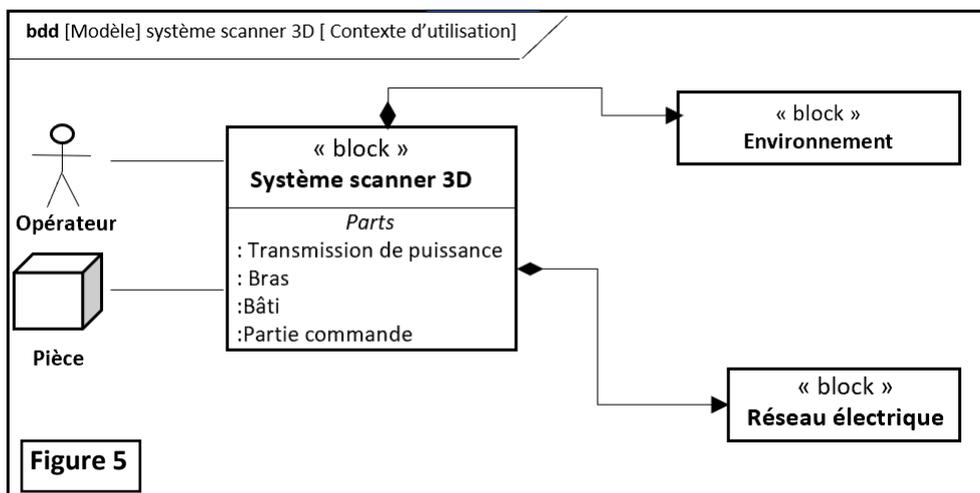


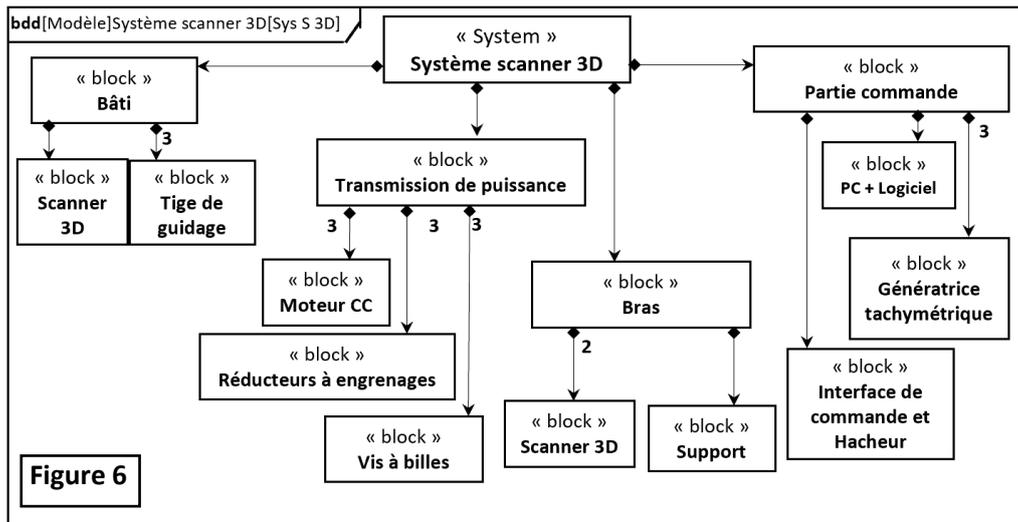
Figure 3



Un logiciel dédié à ces scanners permet de collecter les informations provenant des capteurs laser et de construire, à la fin de scan, une image tridimensionnelle de la pièce.

Afin de présenter les caractéristiques principales du système, un diagramme de contexte est donné sur la **figure 5**, ainsi qu'un diagramme partiel des exigences fonctionnelles en annexe (Annexe 1). Les principaux éléments du système sont représentés sur le diagramme de définition des blocs figurant sur la **figure 6**.





Le sujet comporte six parties indépendantes :

- Partie A : Etude cinématique du mécanisme de transformation du mouvement.
- Partie B : dimensionnement des actionneurs.
- Partie C : étude statique de la solution de guidage en translation.
- Partie D : étude de la rigidité du mécanisme.
- Partie E : étude de la déformation de la colonne de guidage.
- Partie F : vérification de la contrainte de la mise en position du bras mobile.

L'architecture interne du système (**figure 3**) est donnée par le diagramme de définition des blocs sur la **figure 6**, principalement le mécanisme est constitué d'un bras mobile guidé au bâti par trois colonnes verticales. La motorisation est assurée par trois chaînes de transmission constituées **chacune** :

- D'un moteur électrique à courant continu ;
- D'un réducteur à engrenages ;
- D'une vis à billes.

Question 2 : Sur le **document réponse DR 2**, compléter la chaîne fonctionnelle à partir des données du diagramme de définition des blocs (**figure 6**).

Partie A : Etude cinématique du mécanisme de guidage

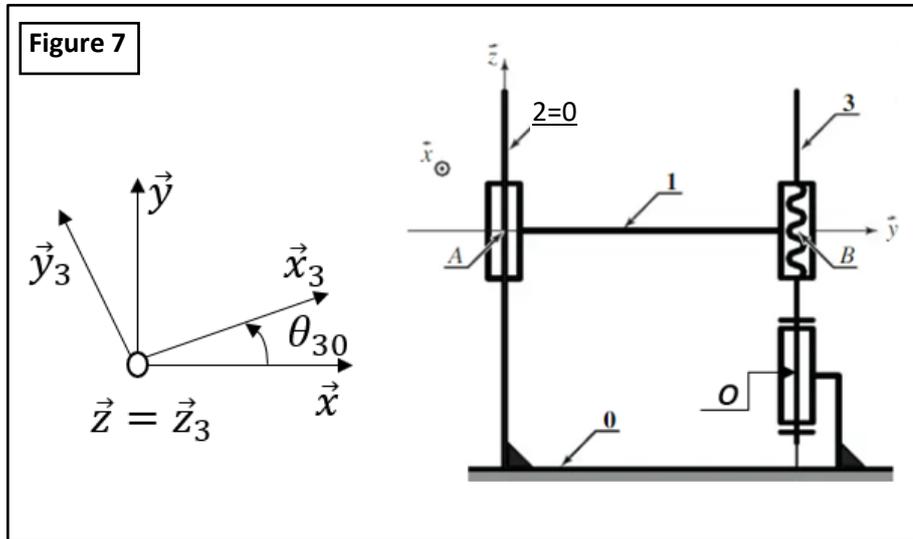
Dans cette partie l'objectif est de réaliser une étude cinématique du mécanisme de transformation du mouvement utilisé dans le système scanner 3D.

On adopte le modèle du mécanisme représenté sur la **figure 7**. Il est constitué des éléments suivants :

- Le bâti 0 (fixe), on lui associé le repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.
- La vis 3 de pas d'hélice noté P_v (à droite), on lui associé le repère $(O, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$.

- Le bras mobile 1.
- La colonne de guidage 2 solidaire au bâti 0.

On adopte le paramétrage suivant : $\overrightarrow{OB} = z(t) \cdot \vec{z}$, $\overrightarrow{AB} = e \cdot \vec{y}$ et $\theta_{30} = (\vec{x}, \vec{x}_3) = (\vec{y}, \vec{y}_3)$.



Travail demandé :

Question 3 : Réaliser le graphe des liaisons avec leurs caractéristiques (centres, axes, ...) du mécanisme représenté sur la **figure 7**.

Question 4 : Déterminer les torseurs cinématiques des liaisons mécaniques du mécanisme $L_{3/0}$, $L_{1/0}$ et $L_{1/3}$, exprimer chaque torseur au centre de la liaison.

Question 5 : Donner la relation qui lie les paramètres cinématique de la liaison $L_{1/3}$.

N.B : ($\omega_{13} < 0$).

Question 6 : sachant que $\vec{\Omega}(1/0) = \vec{0}$, déterminer la relation entre $\vec{\Omega}(1/3)$ et $\vec{\Omega}(3/0)$.

Question 7 : Par dérivation, calculer $\vec{V}(B \in 1/0)$.

Question 8 : Par composition des vecteurs vitesses : $\vec{V}(B \in 1/0)$, $\vec{V}(B \in 1/3)$ et $\vec{V}(B \in 3/0)$, déterminer une relation entre : ω_{30} et $\dot{z}(t)$.

Partie B : Dimensionnement des actionneurs :

Pour simplifier l'architecture interne, la **figure 8** représente le modèle cinématique d'une seule chaîne de transmission. On adopte aussi les données et paramétrages suivants :

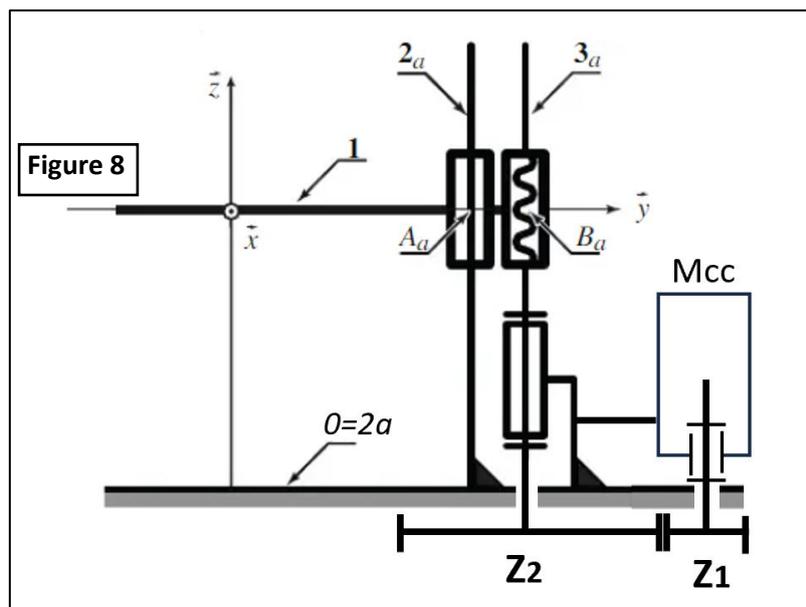
- Le bâti 0=2, on lui attache le repère $\mathfrak{R}_g = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ supposé galiléen, \vec{z} étant la verticale ascendante.

- L'ensemble 1 est constitué du bras mobile associé aux deux scanners 3D, la masse totale de l'ensemble 1 est $M = 400kg$. On note V la vitesse de translation de l'ensemble 1 par rapport au bâti 0.
- La vis (3_a) d'hélice à droite de pas normal $P_v = 10mm$;
 - ✓ Moment d'inertie $J_v = 600g.cm^2$ par rapport à son axe de rotation ;
 - ✓ Le rendement de la liaison hélicoïdale est $\eta_v = 0,9$.
- Le réducteur à engrenages possède un rapport de réduction N ($N < 1$ à **déterminer**).
 - ✓ On note J_R l'inertie équivalente ramené à l'axe de l'entrée du réducteur ;
 - ✓ $J_R = 80g.cm^2$;
 - ✓ Le rendement du réducteur $\eta_R = 0,85$.

L'architecture du réducteur à engrenages est représentée sur la **figure 8**, on donne ainsi le nombre de dents de chaque roue dentée.

$$Z_1 = 10, Z_2 = 50.$$

- L'accélération de la pesanteur $\vec{g} = -g.\vec{z}$, avec $g = 9,81 m.s^{-2}$.
- Le moteur électrique utilisé dans les trois chaînes de transmission de vitesse de rotation ω_m
 - ✓ Le moteur développe un couple moteur C_m ,
 - ✓ L'inertie du rotor est notée J_m . On donne $J_m = 800g.cm^2$.
- Toutes les liaisons mécaniques sont supposées parfaites. (Sauf la liaison hélicoïdale).
- Dans cette étude on s'intéresse au cas de la montée du bras mobile 1.

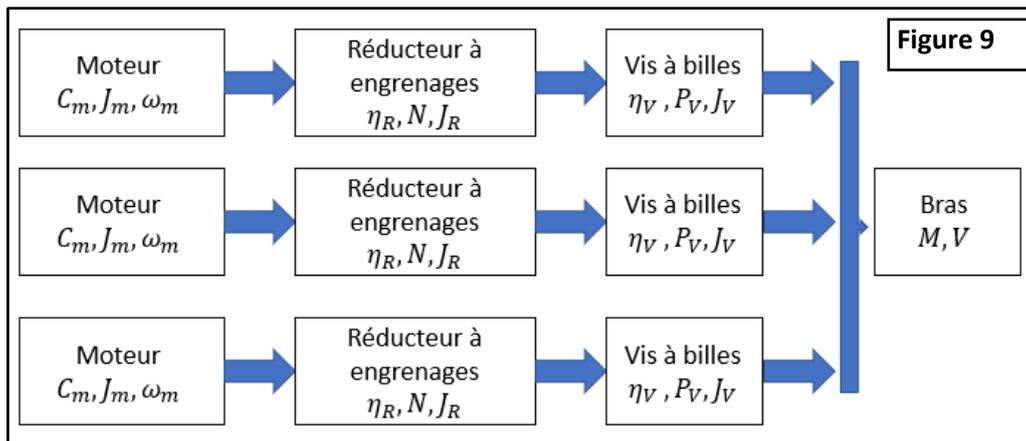


Question 9 : Calculer le rapport de réduction en valeur absolue : $N = \left| \frac{\omega_{30}}{\omega_m} \right|$.

ω_{30} étant la vitesse de rotation de la vis par rapport au bâti.

Question 10 : Donner l'expression de la vitesse de translation V en fonction de ω_m, N et P_v .

La **figure 9** illustre les 3 chaînes de transmission. $\Sigma = (3 \text{ rotors}, 3 \text{ réducteurs}, 3 \text{ vis et le bras})$



Question 11 : On isole l'ensemble mobile Σ (**figure 9**), déterminer l'énergie cinétique $T(\Sigma/0)$ de l'ensemble Σ dans son mouvement par rapport au bâti 0, en déduire l'expression de l'inertie équivalente, de l'ensemble mobile Σ notée $J_{méq}$, ramenée à l'axe moteur.

Question 12 : Déterminer les expressions des puissances des actions mécaniques extérieures et intérieures à l'ensemble mobile Σ .

Question 13 : Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble mobile Σ dans son mouvement par rapport au bâti 0, puis montrer que l'équation obtenue peut se mettre sous la forme :

$$J_{méq} \frac{d\omega_m}{dt} = C_M - C_{Résistant}$$

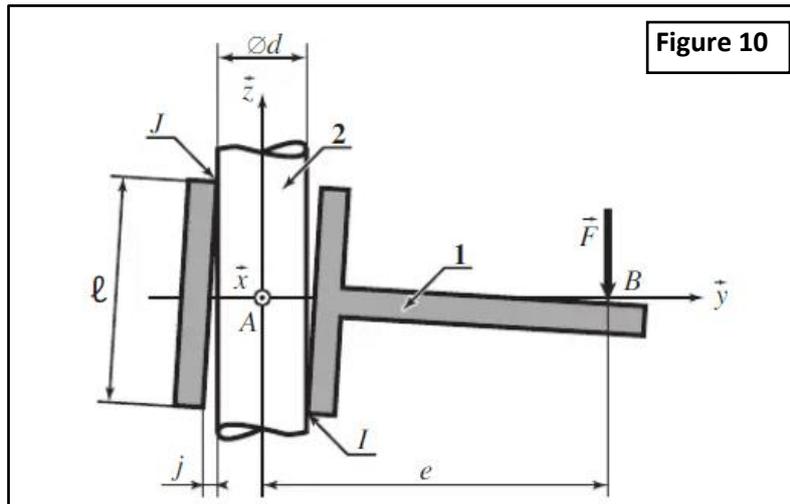
Indiquer l'expression de C_M et $C_{Résistant}$.

Question 14 : On considère qu'à cette phase de montée, les moteurs tournent avec une vitesse constante (en régime permanent), déterminer la valeur du couple que doit développer chaque moteur, faire l'application numérique. (Prendre N positif).

Partie C : Etude statique de la solution de guidage en translation :

Dans cette étude (**figure 10**), on suppose que la liaison entre le bras mobile 1 et la colonne de guidage 2 encastré avec le bâti 0 est modélisée par une liaison pivot glissant qui n'est pas parfaite : il y a du jeu et du frottement entre les surfaces de contact. Le coefficient de frottement entre le

bras et la colonne est $f = 0, 2$. De ce fait, le contact bras-colonne est modélisé par deux contacts ponctuels en I et J .



Une modélisation globale (non demandé dans cette partie) donne les torseurs des actions mécaniques aux points I et J :

$$\{\tau_I(2 \rightarrow 1)\} = \begin{Bmatrix} Y_I \cdot \vec{y} + Z_I \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_I ; \{\tau_J(2 \rightarrow 1)\} = \begin{Bmatrix} Y_J \cdot \vec{y} + Z_J \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_J$$

Le bras 1 est soumis à un glisseur au point B, centre de la liaison hélicoïdale, tel que :

$$\vec{F} = -F \cdot \vec{z}, (F > 0), \vec{AB} = e \cdot \vec{y}$$

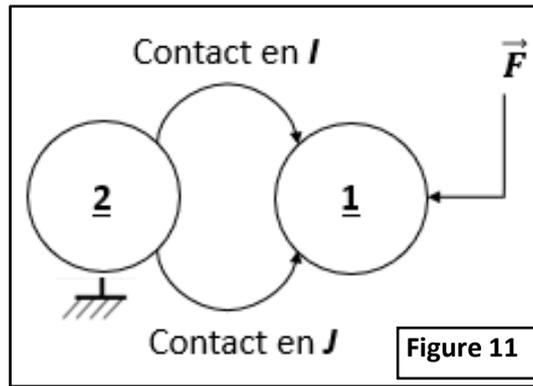
La colonne 2 est de diamètre d , l'alésage du bras 1 est diamètre $d + j$ ($d \gg j$) et de longueur l

On se propose d'étudier le risque de l'arc-boutement du bras.

Hypothèses :

- L'étude est supposée plane ;
- L'action de la pesanteur est négligée ;
- Le jeu j est négligé devant les autres grandeurs.
- $\vec{IJ} = -d \vec{y} + l \vec{z}$, $\vec{IB} = \left(e - \frac{d}{2}\right) \vec{y} + \frac{l}{2} \vec{z}$

Travail demandé :



Question 15 : En appliquant le principe fondamental de la statique, étudier l'équilibre du bras 1, et écrire les équations scalaires qui en découlent.

Question 16 : à la limite de glissement en I et J, et en considérant le modèle de Coulomb, donner la relation entre : Y_I et Z_I ; Y_J et Z_J .

On donne : $Y_I > 0$, $Z_I > 0$, $Y_J < 0$ et $Z_J > 0$

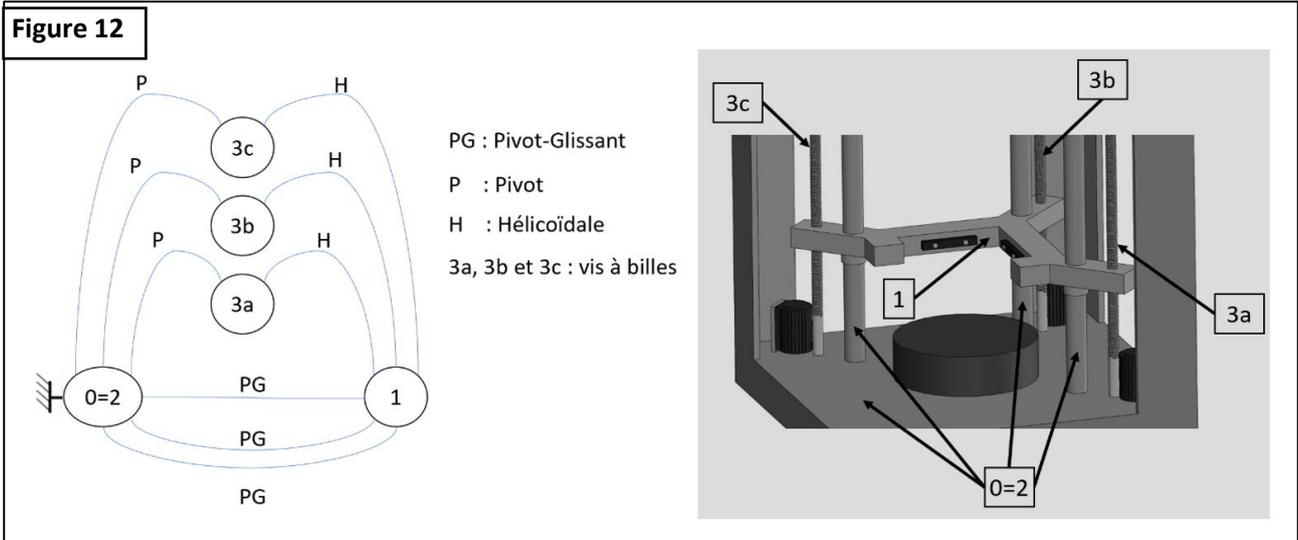
Question 17 : En exploitant les équations scalaires trouvées dans questions 15 et 16, donner la relation entre les paramètres ℓ , f et e

Question 18 : en considérant les données de l'exigence ID= 1.2.2 ($e = 20cm$, $\ell = 20cm$), Calculer f . Comparer la valeur de f calculer avec celle donnée par l'exigence ID= 1.2.2, commenter.

Partie D : étude de la rigidité du mécanisme :

L'objectif de cette partie est d'évaluer le degré d'hyperstatisme du modèle cinématique du système qu'on présente sur la **figure 12** par son graphe de liaison. On rappelle que la motorisation du système est assurée par trois moteurs identiques.

On donne ci-après, le graphe des liaisons mécaniques du modèle cinématique du système comme le montre l'image à droite ci-dessous.



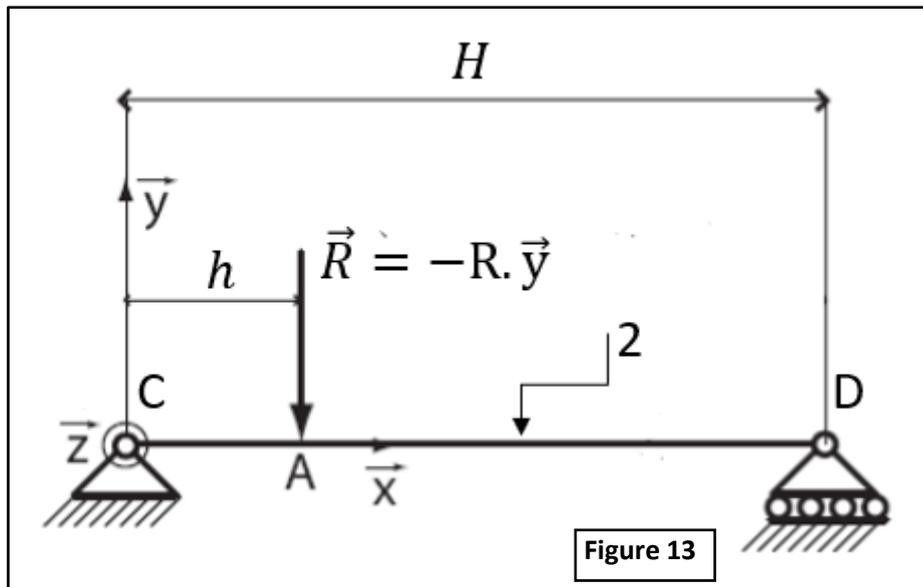
Travail demandé :

Question 19 : Sachant que la mobilité interne du mécanisme $m_i = 0$, déterminer le degré de mobilité (m) du mécanisme, justifier votre réponse. On donne $m = m_u + m_i$.

Question 20 : Déterminer le degré d’hyperstatisme h du mécanisme, commenter cette valeur de h .

Partie E : étude de déformation de la colonne de guidage :

Dans cette partie on s’intéresse à étudier la sollicitation sur la colonne de guidage en translation, on adopte le modèle suivant représenté sur la **figure 13**.



On modélise la colonne (2) par une poutre homogène et isotrope de longueur H tel que : $\overline{CD} = H.\vec{x}$

On suppose que la poutre est liée avec le bâti 0 par :

- Articulation en C .
- Appui simple en D .

La poutre est soumise à un glisseur au point A de résultante $\vec{R} = -R \cdot \vec{y}$, avec $\overline{CA} = h \cdot \vec{x}$.

Travail demandé :

Question 21 : Par une étude statique, donner les expressions des actions mécaniques exercées par les appuis en C et D sur la poutre en fonction de R, h et H .

Question 22 : Déterminer le torseur de cohésion dans la zone $[CA]$ et de la zone $[AD]$, et définir le type de sollicitation sur la colonne 2.

Question 23 : Tracer le diagramme des efforts du torseur de cohésion des deux zones en fonction de x .

La poutre **2** a une section S circulaire de rayon $\frac{d}{2}$, constituée d'un matériau homogène et isotrope de module d'Young $E = 200 \text{ GPa}$, la limite élastique $R_e = 500 \text{ Mpa}$, le moment quadratique par rapport à l'axe (G, \vec{z}) est noté I_{GZ} .

L'action de la pesanteur est négligée et on suppose que le bras **1** exerce un glisseur $\vec{R} = -R \cdot \vec{y}$ en A.

Afin de poursuivre l'étude faite dans (A-2), on propose de déterminer la déformation de la poutre **2**.

Question 24 : Donner l'expression du moment quadratique I_{GZ} d'une section S de la poutre **2**.

Question 25 : Rappeler l'expression de la contrainte σ en fonction de M_{fz} , et à partir du diagramme des efforts réalisé dans les **questions 22 et 23**, déterminer l'expression de M_{fzmax} , puis donner la contrainte maximale σ_{Max} .

Question 26 : En utilisant la relation de comportement en flexion, donner l'expression de la déformée $V_{[CA]}(x)$ et $V_{[AD]}(x)$ des deux zones $[CA]$ et $[AD]$ de la poutre en fonction de R, H, x, h, E, I_{GZ} et les constantes d'intégration. (On rappelle que $\ddot{V}(x) = \frac{M_{fz}}{EI}$) (il n'est pas demandé de déterminer les constantes d'intégration).

Question 27 : quelles sont les conditions aux limites qui permettent de déterminer les constantes d'intégration.

On donne ci-après une courbe (**figure 14 et 15**) qui illustre la déformée de la colonne 2 dans les deux zones en fonction de la position du centre de section de coupure en (mm) pour $\|\vec{R}\| = 800 \text{ N}$.

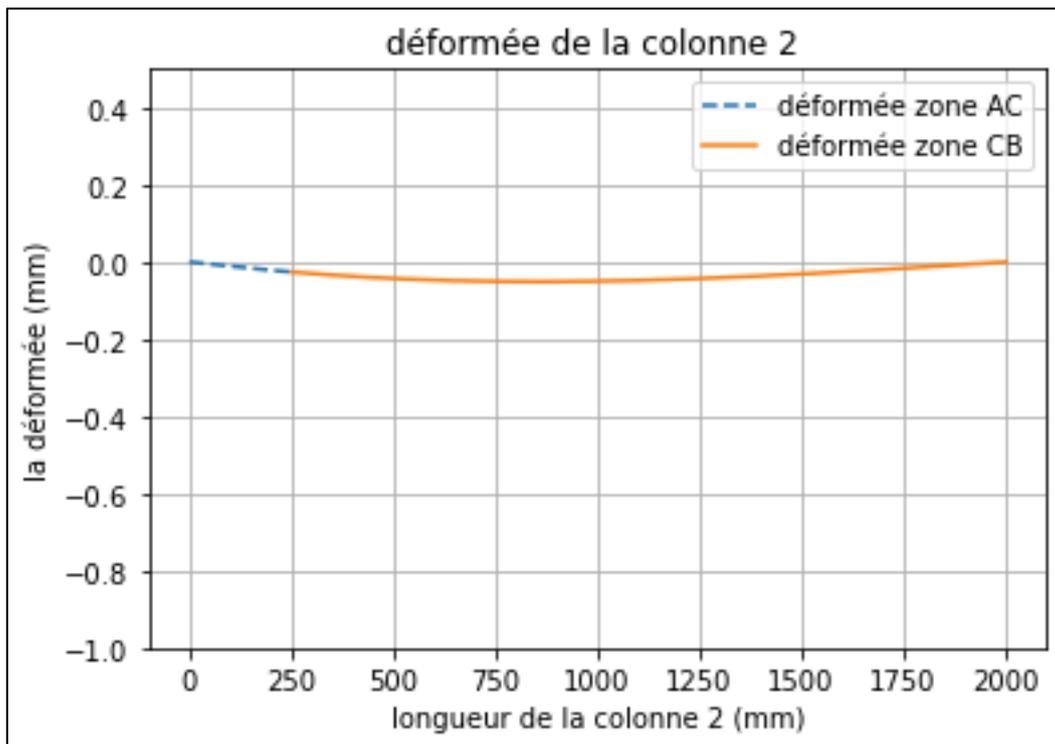


Figure 14 : déformée de la colonne 2 en (mm)

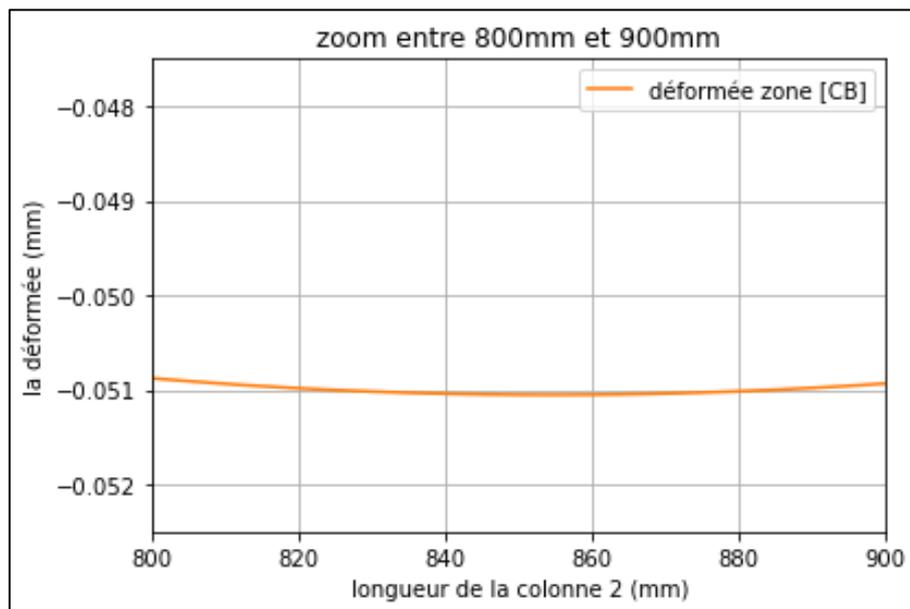


Figure 15 : zoom pour $x \in [700mm, 1000mm]$ de la déformée de la colonne 2

Question 28 : localiser la flèche f en donnant la position du centre de section de coupure qui subit cette déformation.

