

# CONCOURS NATIONAL COMMUN

D'ADMISSION AUX GRANDES ECOLES D'INGENIEURS MAROCAINES

**SESSION : 2025**

**FILIERE : MP**

## EPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGENIEUR

**DUREE : 4 HEURES**

**AUCUN DOCUMENT N'EST AUTORISE**

**CALCULATRICES AUTORISEES**

- **Le sujet s'étale sur 23 pages réparties comme suit :**
  - Cette page de garde.
  - Le texte de l'épreuve : pages numérotées de **1 à 18**.
  - **Un** document annexe : page **19**.
  - **Quatre** documents-réponses : pages **20 à 23**. (**A RENDRE AVEC LA COPIE MEME NON COMPLETES**).

***Le sujet se compose de plusieurs parties indépendantes pouvant être traitées indifféremment.***

**Nota :** - *Il appartient au candidat de vérifier qu'il a reçu un sujet complet et correspondant à l'épreuve à laquelle il se présente.*

- *Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

- *Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, centre, signature, etc.*

## **POSTE DE SOUDAGE SEMI AUTOMATIQUE**

Ce sujet porte sur le développement d'une nouvelle cellule semi-automatisée de soudage TIG et plasma (torche interchangeable) capable de souder des pièces aéronautiques (tubulures de moteur d'avion) en alliages de titane ou en inconel. Le poste de soudage est composé d'un « **positionneur** », supportant la pièce à souder et son support, et une « **potence** » de soudage. Les opérations de chargement, de déchargement des pièces à souder se font par l'utilisation d'un « **pont roulant** » (voir figure 1).

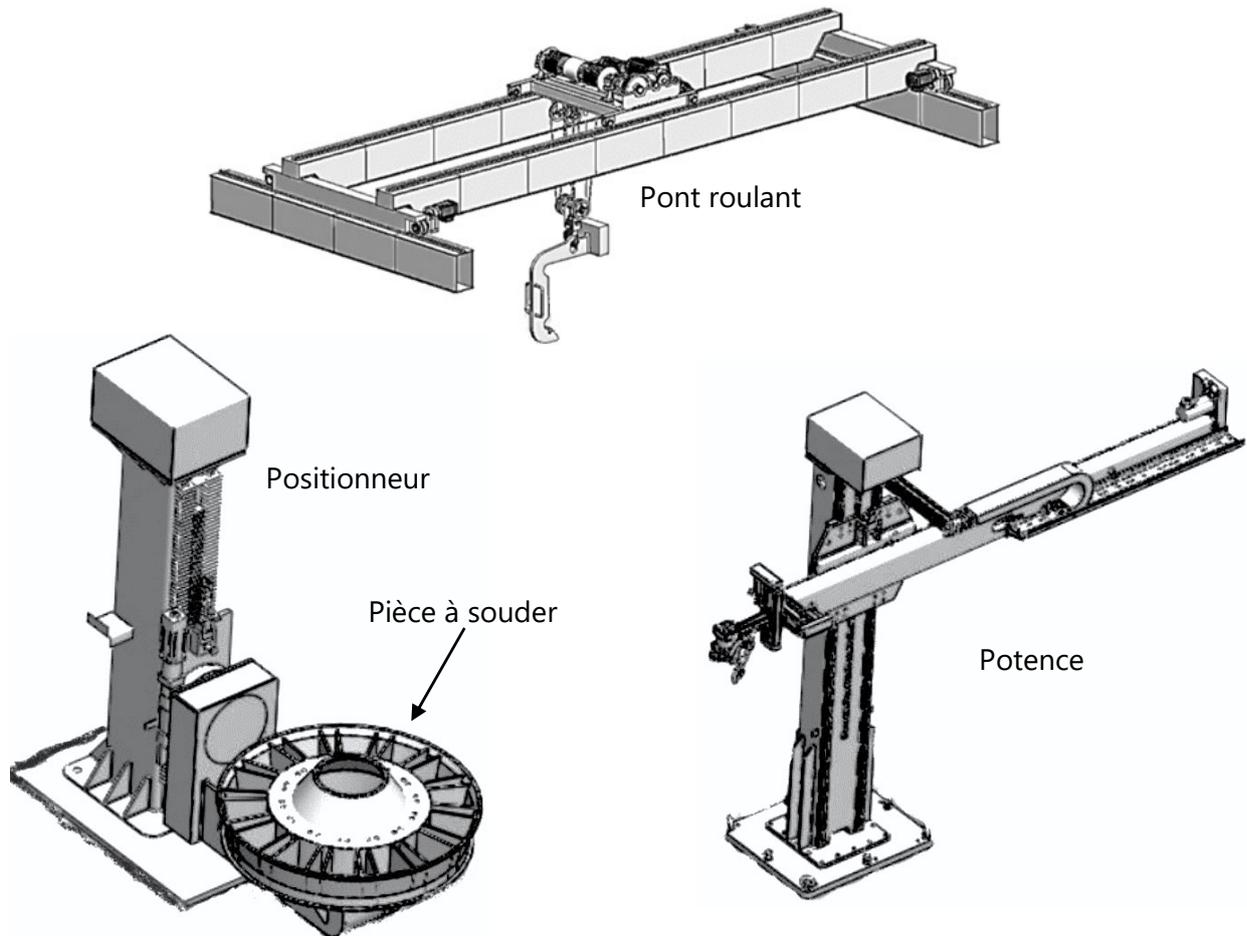


Figure 1 : Poste de soudage automatisé.

Les parties qui composent ce sujet ont pour objectif d'analyser les différents sous-systèmes du poste de soudage automatisé équipé du pont roulant :

- **Partie A : Exercice préliminaire (noté 4 points sur 20).**
- **Partie B : Comportement statique du système de levage.**
- **Partie C : Comportement dynamique du système de levage.**
- **Partie D : Etude du positionneur.**
- **Partie E : Contrôle de la qualité des pièces produites.**
- **Partie F : Commande asservie de la montée de la charge.**

**Partie A- Exercice préliminaire (Noté 4 points sur 20)**

Nota : Pour cet exercice répondre directement sur le document réponse 1 (page 20).

**Question 1 :** A partir du document Annexe (page 19), donner la liste des éléments constituant la potence.

**Question 2 :** Compléter le tableau du document réponse1 en indiquant les composantes manquantes des torseurs d'actions mécaniques transmissibles par les liaisons mentionnées (supposées parfaites).

**Bras d'orientation de l'arc de soudage**

On considère le schéma de la figure 2 ci-contre :

- Bâti (0) : Repère lié  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  supposé galiléen et  $\vec{x}_0$  vertical descendant et  $\vec{g} = g.\vec{x}_0$  est l'accélération de pesanteur.
- Tige (1) : Repère lié  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , de masse  $m$  et de son centre d'inertie  $G$ . en liaison pivot parfaite avec (0)

On pose :  $\vec{OA} = 2.\vec{OG} = L.\vec{x}_1$  et  $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \theta$ .

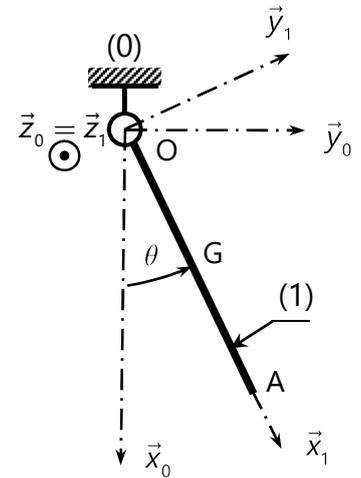
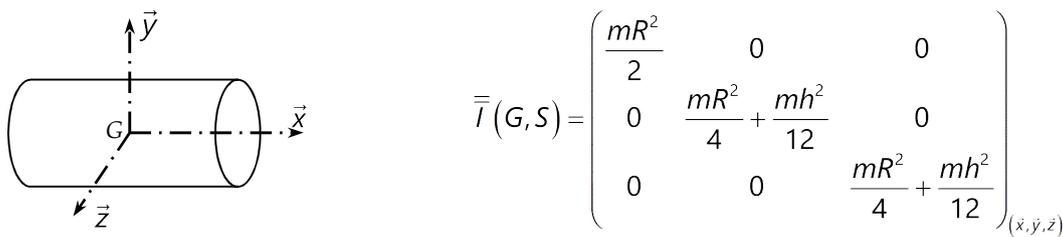


Figure 2 : Bras d'orientation

**Question 3 :**

- a) Donner le vecteur vitesse de rotation de la barre (1) par rapport au bâti (0) :  $\vec{\Omega}(1 / R_0)$ .
- b) Donner les vecteurs vitesses suivants:  $\vec{V}(O \in 1 / R_0)$  et  $\vec{V}(G \in 1 / R_0)$ .
- c) Déterminer le vecteur accélération :  $\vec{\Gamma}(G / R_0)$ .

On rappelle la matrice d'inertie d'un cylindre plein de masse  $m$  et de rayon  $R$  et de longueur  $h$  en son centre d'inertie  $G$  :



**Question 4 :**

- a) En vous aidant du rappel précédent, donner la matrice d'inertie de la tige (1) au point  $G$  et dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  :  $\bar{I}(G, 1)$ .
- b) Donner les moments d'inertie de la tige par rapport aux axes  $(G, \vec{x}_1), (G, \vec{y}_1)$  et  $(G, \vec{z}_1)$  notés respectivement  $I_{(G, \vec{x}_1)}(1)$ ,  $I_{(G, \vec{y}_1)}(1)$  et  $I_{(G, \vec{z}_1)}(1)$

**Fin de l'exercice préliminaire.**

## Partie B : Comportement statique du système de levage

Cette partie a pour objectif de vérifier le bon comportement statique du système de levage, et en particulier la maîtrise du positionnement vertical de la charge.

### 1. Architecture globale du pont roulant

Le système, représenté sur la figure 3a ci-dessous, est constitué d'un chariot guidé le long de poutres de portée. Les poutres sont reliées entre-elles par deux sommiers, chacun étant guidé le long d'une piste de roulement.

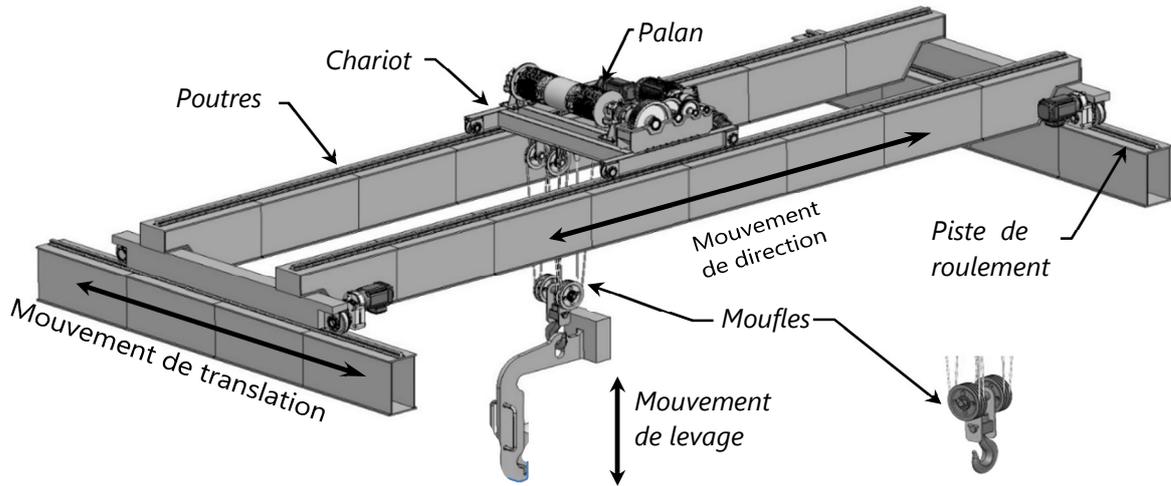


Figure 3a : Système de levage

La charge à soulever est suspendue à un crochet. Celui-ci est lié à un mouflage constitué de deux moufles permettant de réduire la tension dans les deux câbles. Le levage s'effectue grâce à l'enroulement de ces câbles sur un tambour entraîné par un moteur électrique (palan).

### 2. Analyse statique du tambour

Cette partie a pour objectif de déterminer le couple de freinage qui assure le maintien de la charge levée en hauteur en l'absence de toute source d'énergie (moteur arrêté), objectif qui participe à la sécurité des biens et des personnes au voisinage du pont roulant.

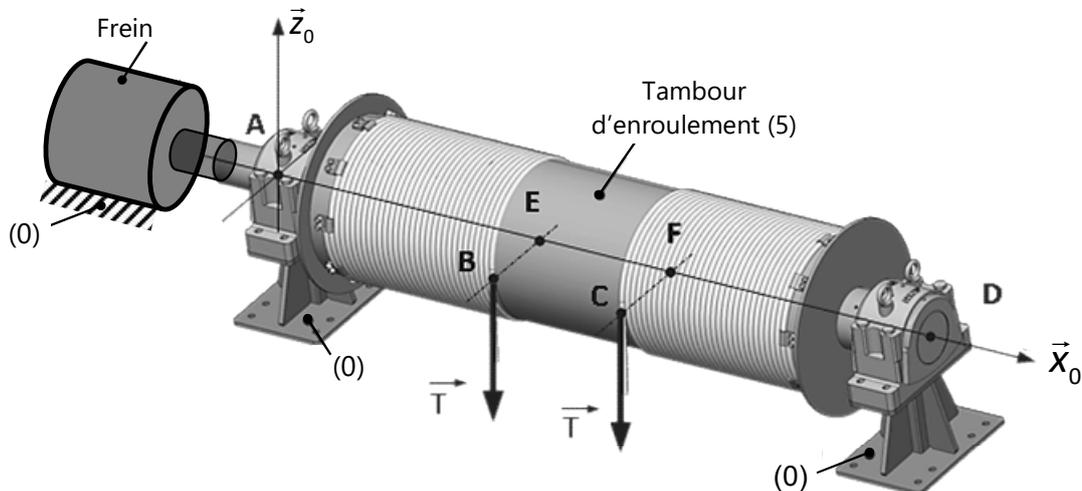


Figure 3b : Enroulement du câble

On considère que le tambour (5) est un arbre sur lequel sont soudées, en E et F, les barres EB et FC perpendiculaires à AD (voir figure 4).

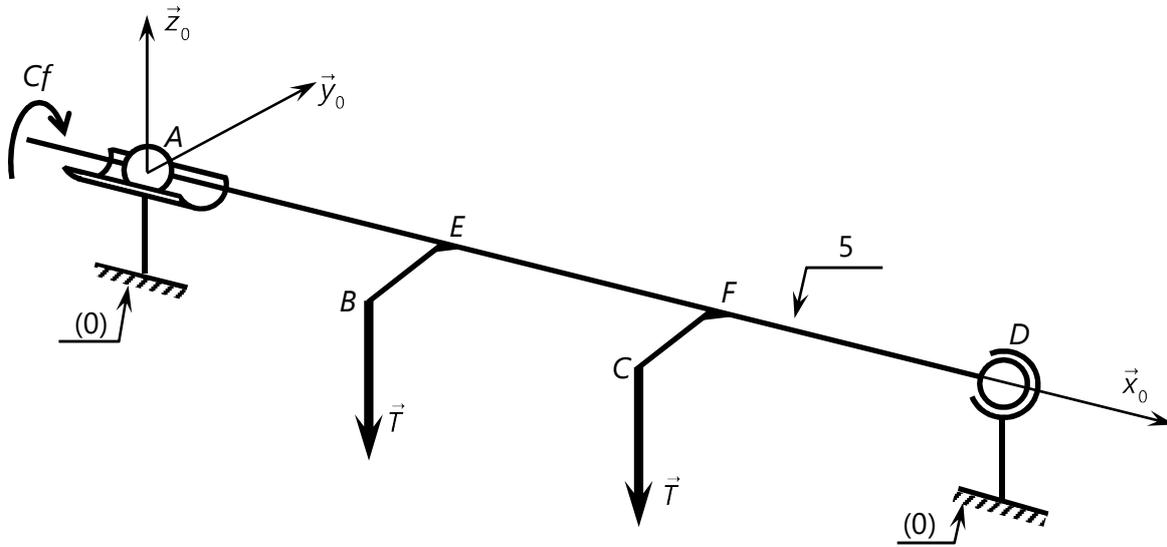


Figure 4 : Modélisation du tambour

On fait l'hypothèse que les câbles sont tous orientés verticalement.

Les câbles tendus exercent sur le tambour des efforts modélisés par deux glisseurs

$$\{F(\text{câble } 1 \rightarrow 5)\} = \begin{Bmatrix} -T \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B \quad \text{et} \quad \{F(\text{câble } 2 \rightarrow 5)\} = \begin{Bmatrix} -T \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C$$

On modélise l'action du frein (voir figure 3b) sur l'arbre par un torseur couple, ce couple est tel que le tambour est en équilibre statique :  $\{F(\text{frein} \rightarrow 5)\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_f \cdot \vec{x}_0 \end{Bmatrix}_A$ .

On pose  $\vec{AE} = \vec{EF} = \vec{FD} = a \cdot \vec{x}_0$  ;  $\vec{EB} = \vec{FC} = -b \cdot \vec{y}_0$

- La pesanteur est négligeable et les liaisons sont parfaites.
- L'action mécanique exercée par le bâti (0) sur l'arbre (5) sera notée, au point P dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$

$$\text{par : } \{F_p(0 \rightarrow 5)\} = \begin{Bmatrix} X_p & L_p \\ Y_p & M_p \\ Z_p & N_p \end{Bmatrix}_{(x_0, y_0, z_0)_P}$$

**Question 5 :**

- a) Donner les formes des torseurs d'action mécanique suivants :  $\{F_A(0 \rightarrow 5)\}$ ,  $\{F_D(0 \rightarrow 5)\}$ .
- b) En appliquant le principe fondamental de la statique à (5), donner les six équations scalaires traduisant son équilibre.
- c) Déterminer les inconnues statiques des actions mécaniques au niveau des liaisons en A et D du bâti (0) sur l'arbre (5) ainsi que le couple  $C_f$  en fonction de T et des dimensions du mécanisme.
- d) Donner, sans faire aucun calcul, la liaison équivalente entre (5) et (0).

### 3. Etude du freinage du tambour d'enroulement

Cette partie a pour objectif de déterminer l'effort presseur des ressorts qui assure le freinage.

Le système de freinage (voir figure 5) est constitué d'un disque en acier encastré sur le tambour et de deux garnitures, solidaires des pistons et des cylindres, actionnées par des ressorts de compression. Des vérins électrohydrauliques simples effets permettent de desserrer le frein, ils doivent donc, être alimentés lors des phases d'élévation et de descente de la charge.

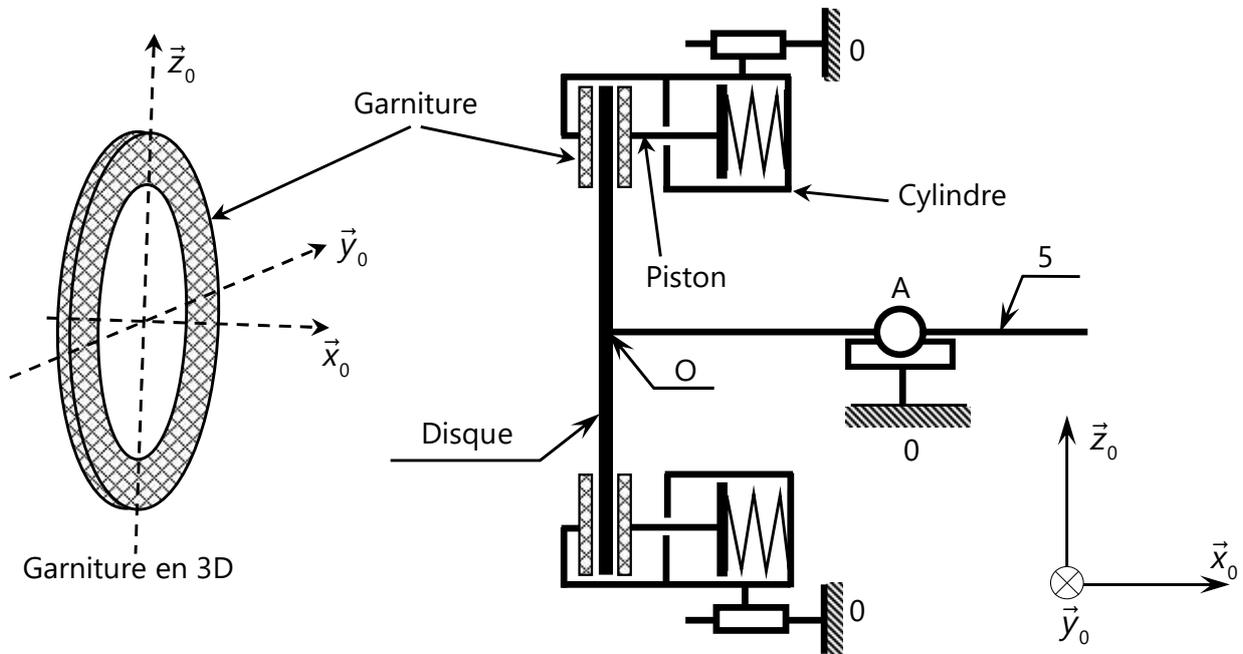


Figure 5 : Système de freinage

Le modèle retenu pour l'étude est donné sur la figure 6.

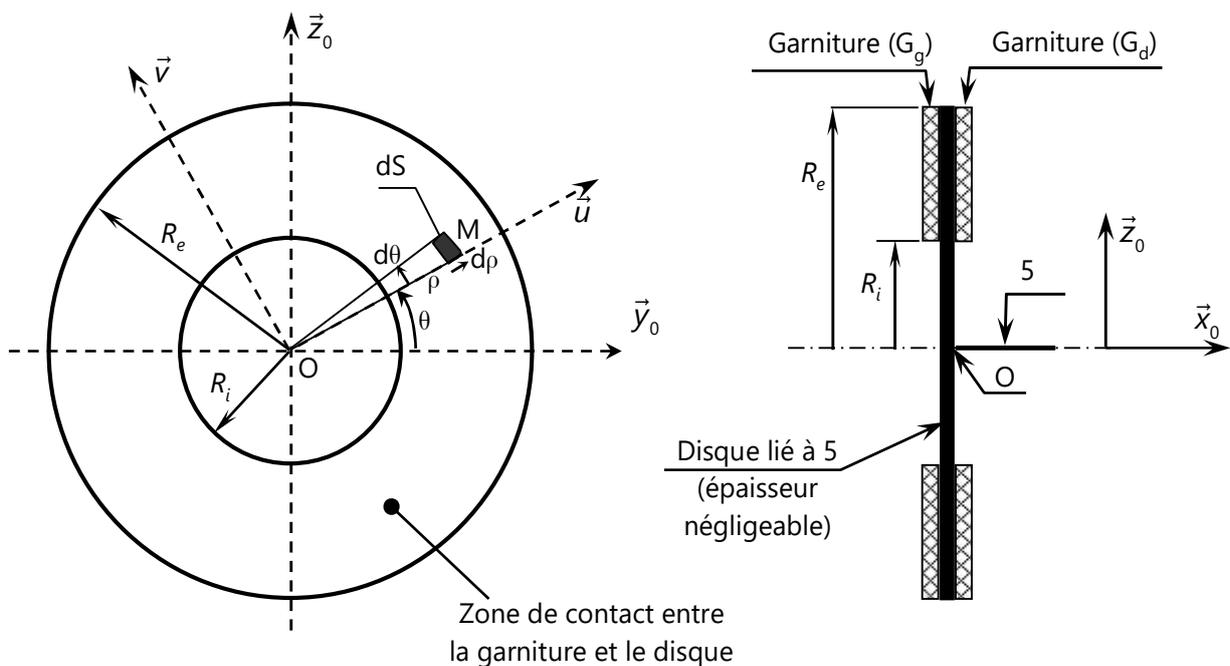


Figure 6 : Modèle retenu pour le frein

Le disque du frein est de rayon  $R_e$  et d'épaisseur négligeable. Chaque garniture est schématisée par un anneau circulaire de rayon extérieur  $R_e$  et de rayon intérieur  $R_i$ .

L'action mécanique exercée par la garniture  $G_d$  sur le disque de freinage 5 est modélisée en chaque point M de leur surface de contact par la densité surfacique de force :

$$\vec{f}_M(G_d \rightarrow 5) = -p.\vec{x}_0 + q.\vec{u} + r.\vec{v}$$

avec :  $p > 0$  : pression supposée constante et  $(\vec{x}_0, \vec{u}, \vec{v})$  base orthonormée directe.

On donne :  $\vec{OM} = \rho.\vec{u}$  et  $f$  : coefficient de frottement entre la garniture et le disque.

On précise que : - la tendance au glissement en M est suivant  $\vec{v}$  et on pose  $\vec{V}g(M \in 5 / G_d) = V.\vec{v}$  ( $V > 0$ ).

- l'élément de surface de contact :  $dS = \rho.d\rho.d\theta$ .

Pendant le freinage le disque est en contact avec les deux garnitures comme le montre la figure 6.

### Question 6 :

- A la limite du glissement et en appliquant les lois de coulomb, montrer que  $q = 0$  et donner une relation entre  $p, r$  et  $f$ .
- Calculer le couple de freinage  $C_{fd} = \vec{x}_0 \cdot \vec{M}_O(G_d \rightarrow 5)$ , exercé par la garniture  $G_d$  sur le disque 5 en fonction de  $p, f, R_e, R_i$ .
- En déduire le couple de freinage total  $C_f$  engendré par les deux garnitures.
- Calculer l'effort presseur global  $F = \vec{x}_0 \cdot \vec{R}(G_d \rightarrow 5)$ , exercé par la garniture  $G_d$  sur le disque 5 en fonction de  $p, R_e, R_i$ .
- En déduire l'expression de l'effort  $F$  en fonction du couple de freinage total  $C_f$ .

On note  $\vec{F}(\text{ressort} \rightarrow \text{piston}) = -k.\Delta l.\vec{x}_0$  ( $\Delta l$  connue) l'effort de chaque ressort sur le piston, sachant qu'il y a deux ressorts qui assure l'effort presseur du freinage (voir figure 5).

**Question 7 :** On note l'ensemble  $E = \{\text{piston} + \text{garniture } G_d\}$ . En appliquant le théorème de la résultante statique à  $E$  en projection sur  $\vec{x}_0$ , donner l'expression de la raideur du ressort  $k$  en fonction du couple de freinage total  $C_f$ .

## **Partie C : Comportement dynamique du système de levage**

Le but est d'établir l'équation régissant la dynamique du système de levage.

Dans un souci de simplification on adopte la modélisation suivante.

Le système de chargement et déchargement des pièces à souder est constitué (voir figure 7) :

- d'un tambour motorisé par un moteur à courant continu en série avec un réducteur,
- d'un système à moufle permettant de diviser l'effort de levage par deux,

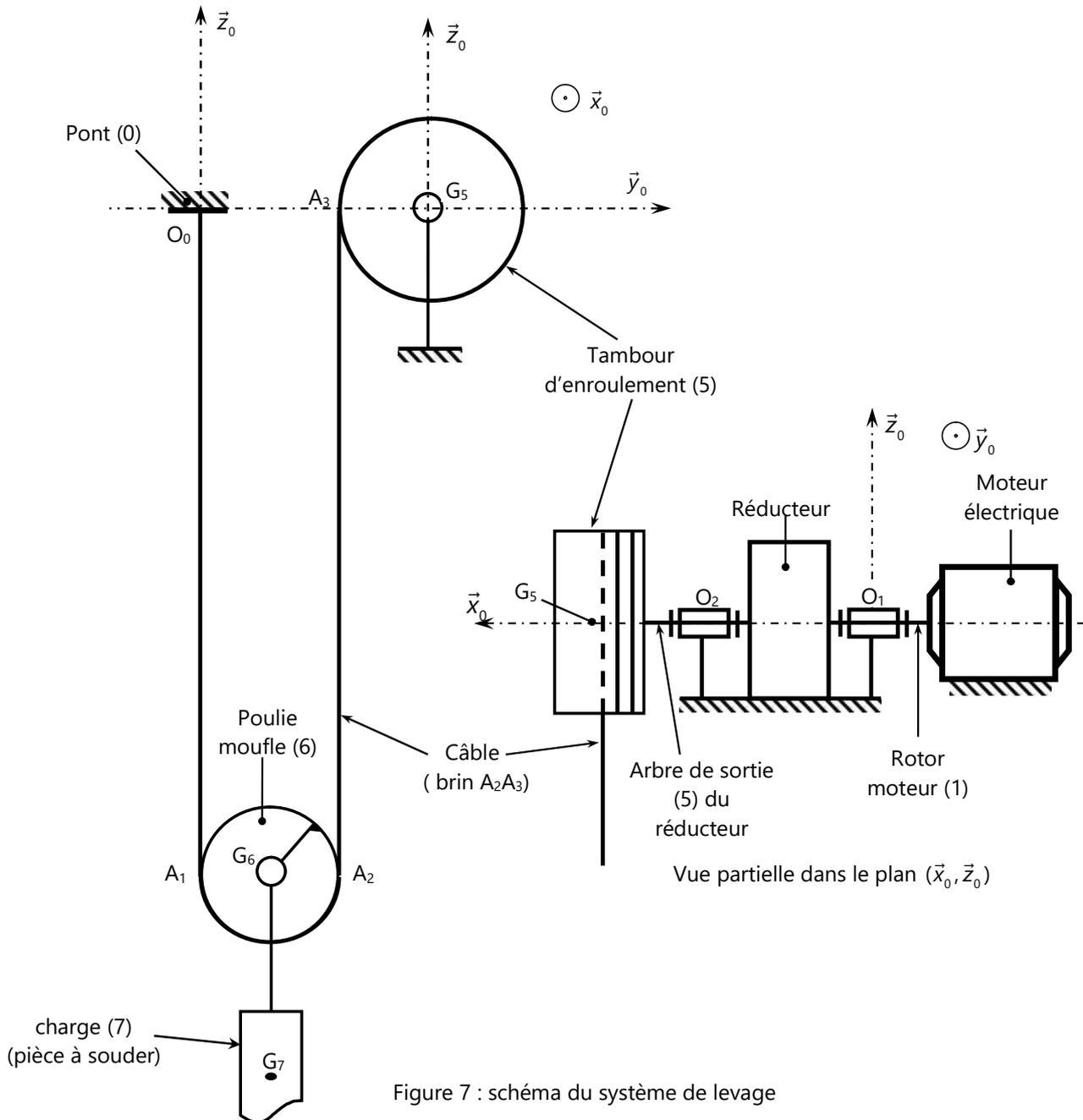


Figure 7 : schéma du système de levage

**1. Etude cinématique du réducteur**

La figure 8 suivante représente le schéma cinématique du réducteur constitué de deux étages identiques :

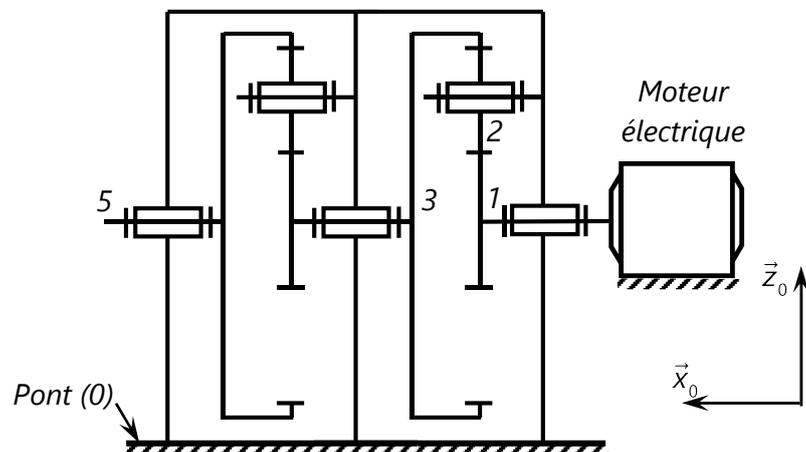


Figure 8 : Schéma du Réducteur

Le premier étage de réduction est défini sur la figure ci-contre.

Pièce $i$	1	2	3
Rayon	$R_1$	$R_2$	$R_3$
Nbre de dents	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$

On notera  $\omega_{i0}$  la vitesse de rotation du solide  $i$  par rapport au support fixe 0.

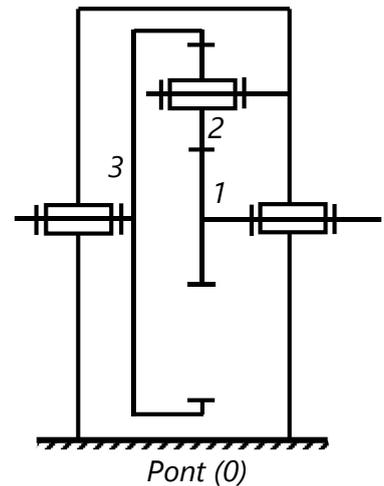
**Question 8 :**

a) Déterminer le rapport de réduction du premier étage :

$$r_1 = \omega_{30} / \omega_{10} \text{ en fonction des } Z_i$$

b) En déduire l'expression littérale du rapport global du réducteur  $k = \omega_{50} / \omega_{10}$ , en fonction de  $r_1$ .

c) Donner une relation entre  $Z_3, Z_2$  et  $Z_1$ , sachant que les axes de rotation de 1 et 3 sont coaxiaux.



**2. Etude de la montée de la charge**

Paramétrage du problème (voir figure 7) :

- Le repère  $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ , supposé galiléen, est lié au pont (0) fixe.
- Le stator du moteur est fixe sur le pont (0);
- Le rotor (1) du moteur est en liaison pivot d'axe  $(O_1, \vec{x}_0)$  avec le pont (0): son moment d'inertie par rapport à l'axe rotation  $(O_1, \vec{x}_0)$  est  $J_m$ ; sa vitesse de rotation est  $\omega_{10} = \omega_m$ . Les actions mécaniques exercées par le stator sur le rotor du moteur sont modélisées par le torseur :

$$\{F(\text{stator} \rightarrow \text{rotor 1})\}_{O_1} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_m \cdot \vec{x}_0 \end{Bmatrix} \text{ avec } C_m = \text{couple du moteur}$$

- Le tambour d'entraînement (5) est en liaison pivot d'axe  $(G_5, \vec{x}_0)$  avec le pont (0): de rayon  $R_5$ , de masse  $M_5$ , de centre de gravité  $G_5$  et de moment d'inertie  $J_5$  par rapport à l'axe  $(G_5, \vec{x}_0)$  et sa vitesse de rotation est notée :  $\vec{\Omega}(5/0) = \omega_{50} \cdot \vec{x}_0$ .
- Le réducteur (Red), est monté entre le rotor (1) du moteur et le tambour d'entraînement (5), son rapport de réduction est  $k = \omega_{50} / \omega_m$ . Son moment d'inertie équivalent ramené à l'entrée est  $J_r$ .
- La poulie de moufle (6) est de rayon  $R_6$ , de masse  $M_6$ , de centre d'inertie  $G_6$  et de moment d'inertie  $J_6$  par rapport à l'axe  $(G_6, \vec{x}_0)$  et sa vitesse de rotation est notée :  $\vec{\Omega}(6/0) = \omega_{60} \cdot \vec{x}_0$ .

On pose :  $\overrightarrow{O_0G_6} = R_6 \cdot \vec{y}_0 + z(t) \cdot \vec{z}_0$

- La charge (7) est liée par une liaison pivot d'axe  $(G_6, \vec{x}_0)$  à la poulie de moufle (6); sa masse est  $M_7$  et son centre d'inertie  $G_7$  est situé à la verticale du point  $G_6$ . On suppose que, pendant les phases de mouvement, elle reste parfaitement verticale. On pose :  $\overrightarrow{G_6G_7} = -h \cdot \vec{z}_0$

Données complémentaires :

- L'accélération de la pesanteur est  $\vec{g} = -g \cdot \vec{z}_0$ .
- Le câble est de masse négligeable, inextensible et il n'y a pas de glissement entre le câble et la poulie et entre le câble et le tambour.
- Les brins  $O_0A_1$  et  $A_2A_3$  sont supposés tendus, parallèles et verticaux.
- On considère la phase de montée de la charge.
- Les pertes énergétiques sont modélisées par le rendement global noté :  $\eta$ .

**Question 9 :** En explicitant le roulement sans glissement aux points  $A_1, A_2$  et  $A_3$  montrer les deux relations

$$\text{suivantes : } \dot{z} = R_6 \cdot \omega_{60} \quad \text{et} \quad \omega_{60} = -\frac{R_5}{2R_6} \cdot \omega_{50}.$$

On note l'ensemble  $S = \{ \text{rotor (1), réducteur (Red)}, \text{tambour (5), poulie moufle (6), charge (7) et câble} \}$ .

**Question 10 :**

- a)** Déterminer l'énergie cinétique galiléenne  $T(S/R_0)$  de l'ensemble (S) et la mettre sous la forme:  $2.T(S / R_0) = J_{eq} \cdot \omega_m^2$ . En déduire  $J_{eq}$  le moment d'inertie équivalent rapporté à l'arbre moteur en fonction de  $J_m, J_r, J_5, J_6, M_6, M_7, R_5, R_6$ , et  $k$ .
- b)** Exprimer les puissances des actions mécaniques extérieures  $P(\bar{S} \rightarrow S / R_0)$  sur l'ensemble (S).
- c)** Exprimer les puissances des actions mécaniques intérieures  $P_{int}(S)$  à l'ensemble (S) en fonction de la puissance motrice et le rendement.
- d)** En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble (S), montrer que son comportement dynamique peut s'écrire sous la forme suivante :  $J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m = \eta \cdot C_m - C_r$ ; préciser l'expression de  $C_r$  en fonction de  $M_6, M_7, g, R_5$  et  $k$ .

### **Partie D : Etude du positionneur**

L'objectif de cette partie est de dimensionner les actionneurs permettant de mettre en mouvement l'ensemble des éléments du positionneur supportant la pièce à souder.

Le schéma cinématique de la modélisation proposée pour le positionneur est représenté sur la figure 9.

L'ensemble est constitué du :

- ◆ Bâti (0). Repère associé  $\mathcal{R}_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  que l'on considère galiléen ;
- ◆ Coulisseau (1) :
  - Repère associé  $\mathcal{R}_1(O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  avec  $\overrightarrow{O_0O_1} = z \cdot \vec{z}_0$ . Masse  $m_1$  et centre d'inertie  $G_1$  avec  $\overrightarrow{O_1G_1} = b_1 \cdot \vec{y}_0$  ;
  - La liaison glissière (L0/1) présente un frottement visqueux de coefficient  $\mu_{01}$ , créant une force :  $\vec{F}(S_0 \rightarrow S_1) \cdot \vec{z}_0 = -\mu_{01} \cdot \dot{z}$ .
  - La translation de  $S_1$  par rapport à  $S_0$  est motorisée par un vérin  $V_{01}$  monté entre (0) et (1) et exerçant sur ce dernier un glisseur de résultante  $F_{01} \cdot \vec{z}_0$  en  $O_1$ .

◆ Balancier (2) :

- Repère associé  $\mathcal{R}_2(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2 = \vec{y}_0, \vec{z}_2)$  avec  $\overrightarrow{O_1O_2} = l_2 \cdot \vec{y}_0$ , Masse  $m_2$  et centre d'inertie  $G_2$  tel que :

$$\overrightarrow{O_2G_2} = b_2 \cdot \vec{y}_0 - c_2 \cdot \vec{z}_2;$$

- Le balancier (2) possède un plan de symétrie  $(O_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ .
- la liaison pivot (L2/1), dont le paramètre angulaire est  $\theta = (\vec{z}_0, \vec{z}_2) = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$ , présente un frottement visqueux de coefficient  $\mu_{12}$ , créant un moment :  $\vec{M}_{O_2}(S_1 \rightarrow S_2) \cdot \vec{y}_0 = -\mu_{12} \cdot \dot{\theta}$  ;
- la rotation de (2) par rapport à (1) est motorisée par un moteur (Mot<sub>12</sub>) monté entre (1) et (2) et exerçant sur ce dernier un couple moteur de moment  $C_{12} \cdot \vec{y}_0$ .

- la matrice d'inertie de  $S_2$  au point  $O_2$  :  $\bar{I}(O_2, 2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & -D_2 \\ 0 & -D_2 & C_2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$

◆ Ensemble (3) (pièce à souder + plateau support) :

- Repère associé  $\mathcal{R}_3(O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3 = \vec{z}_2)$  avec  $\overrightarrow{O_2O_3} = l_3 \cdot \vec{y}_0$ , masse  $m_3$  et centre d'inertie  $O_3$ .
- L'ensemble (3) possède un axe de symétrie de révolution  $(O_3, \vec{z}_2)$ .
- la liaison pivot (L3/2), dont le paramètre angulaire est  $\varphi = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{y}_2, \vec{y}_3)$ , présente un frottement visqueux de coefficient  $\mu_{23}$ , créant un moment :  $\vec{M}_{O_3}(S_2 \rightarrow S_3) \cdot \vec{z}_2 = -\mu_{23} \cdot \dot{\varphi}$  ;
- la rotation de (3) par rapport à (2) est motorisée par un moteur (Mot<sub>23</sub>) monté entre (2) et (3) et exerçant sur ce dernier un couple moteur de moment  $C_{23} \cdot \vec{z}_2$ .

- la matrice d'inertie de (3) au point  $O_3$  :  $\bar{I}(O_3, 3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & A_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_2)}$

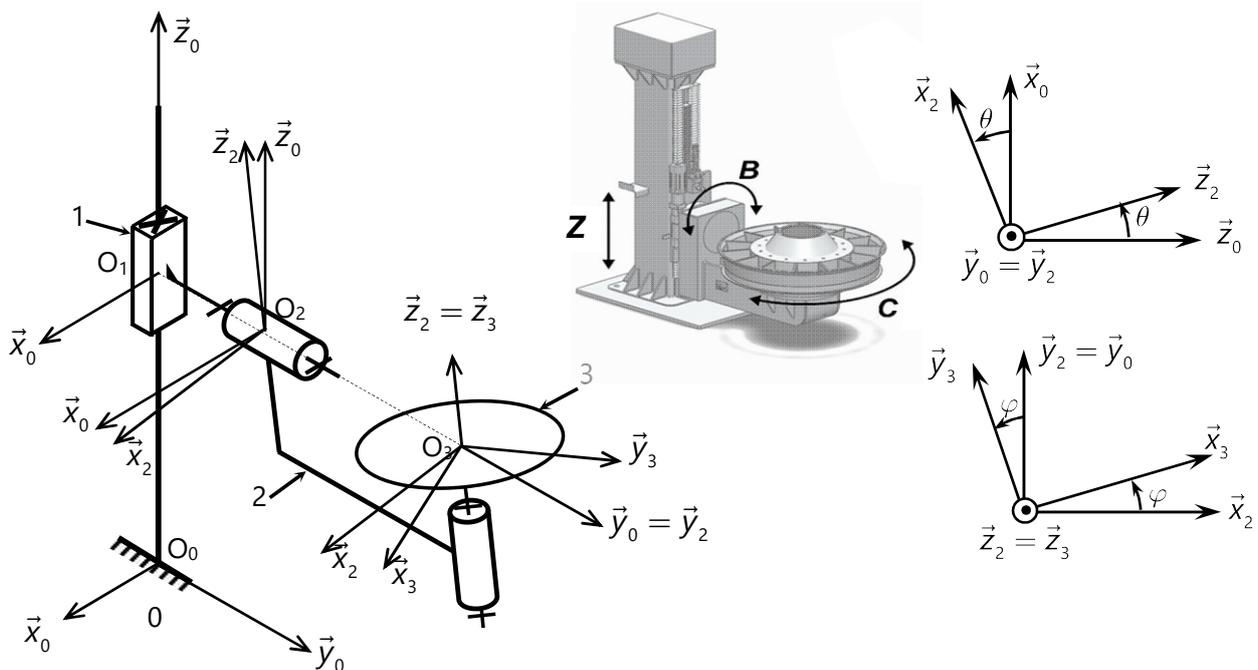


Figure 9 : Schéma cinématique du positionneur

**Question 11 :**

- a) Justifier les formes des matrices d'inertie  $\bar{I}(O_2, 2)$  et  $\bar{I}(O_3, 3)$ .
- b) Déterminer la résultante cinétique de l'ensemble  $E = (1 + 2 + 3)$  notée:  $\vec{R}_c(E / R_0)$ .
- c) Déterminer la projection sur  $\vec{z}_0$  de la résultante dynamique de l'ensemble  $E = (1 + 2 + 3)$  notée :  $\vec{z}_0 \cdot \vec{R}_d(E / R_0)$ .
- d) Déterminer le moment cinétique du solide (3) notée:  $\vec{\sigma}(O_3, 3 / R_0)$ .
- e) Déterminer, en projection sur  $\vec{z}_2$ , le moment dynamique au point  $O_3$  du solide (3) notée :  $\vec{z}_2 \cdot \vec{\delta}(O_3, 3 / R_0)$ .

**Question 12 :**

- a) Dresser un schéma d'analyse du système.
- b) En vous appuyant sur le schéma d'analyse (sans calculer les quantités cinétiques et en développant seulement les termes des actions mécaniques), donner, très clairement et précisément, la démarche qui vous permet d'obtenir l'effort  $F_{01}$  et les couples moteurs  $C_{12}$  et  $C_{23}$ . Précisez quel(s) est (sont) le(s) système(s) étudié(s), quel(s) est (sont) le(s) théorème(s) utilisé(s) et éventuellement le point de calcul.
- c) En déduire l'expression de  $C_{12}$  (appelé couple de maintien) dans le cas d'équilibre statique. Et donner la valeur de l'angle  $\theta$  pour laquelle le module de ce couple est maximal.
- d) Ecrire l'équation permettant de déterminer la composante de la résultante  $\vec{R}(2 \rightarrow 3)$  en projection sur  $\vec{z}_2$ :  $\vec{z}_2 \cdot \vec{R}(2 \rightarrow 3) = Z_{23}$ , en réalisant tous les calculs nécessaires.

**Partie E : Contrôle de la qualité des pièces produites**

Après soudage des pièces et inspection des joints de soudures, celles-ci sont classées en trois catégories suivantes :

- ✓ Catégorie 1 : pièces sans défauts (pièces conformes).
- ✓ Catégorie 2 : pièces avec défauts mineurs (pièces pouvant être corrigées).
- ✓ Catégorie 3 : pièces avec défauts majeurs (pièces à mettre au rebut).

Le modèle de l'intelligence artificielle K-plus proches voisins (K-NN), basé sur le calcul de la distance euclidienne, est implanté dans un système de vision industrielle assurant le contrôle des pièces produites. Pour évaluer la qualité du modèle K-NN, l'entraînement et le test sont réalisés respectivement par 800 et 200 pièces.

**Question 13 :**

- a) Citer la nature du problème : régression ou classification.
- b) Citer la nature de l'apprentissage : supervisé ou non-supervisé.
- c) Donner la taille de la base de données utilisée.
- d) Quelles sont les sorties potentielles du modèle utilisé ?

Pour  $K=6$ , on donne la matrice de confusion de l'ensemble des classes :

Catégorie réelle	1	169	2	0
	2	4	20	1
	3	0	1	3
		1	2	3
		Catégorie prédite		

Figure 9 : Matrice de confusion des classes

La précision globale d'un modèle K-NN est donnée par la relation suivante :

$$Précision = \frac{VP + VN}{VP + FP + VN + FN}$$

Les significations des nombres VP et FP, ainsi que celles de VN et FN sont rappelées dans le tableau suivant :

		Catégorie Prédite	
		<b>Correcte</b>	<b>Incorrecte</b>
Catégorie Réelle	<b>Correcte</b>	Vrais Positif ( <b>VP</b> )	Faux Négatifs ( <b>FN</b> )
	<b>Incorrecte</b>	Faux Positifs ( <b>FP</b> )	Vrais Négatif ( <b>VN</b> )

**Question 14 :** Pour la catégorie 1, donner la valeur des nombres suivants : VP, FP, VN et FN. Déduire la précision du modèle.

Afin de choisir la valeur optimale du paramètre «K», plusieurs tests ont été réalisés avec différentes valeurs de  $K = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ .

La figure 10 ci-contre représente les résultats obtenus.

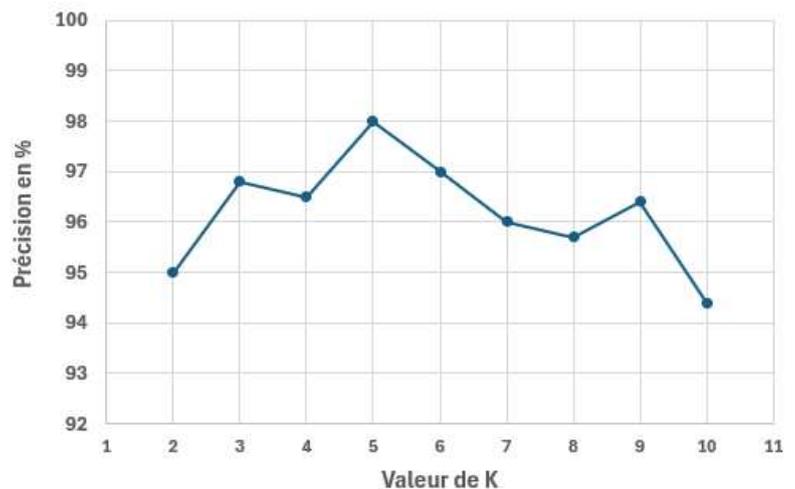


Figure 10 : Résultats des tests réalisés

**Question 15 :** Quel est le nombre optimal de voisins K à adopter pour une meilleure performance du modèle K-NN ?

**Partie F : Commande asservie de la montée de la charge**

L'asservissement de la montée et descente de la charge se fait suivant le schéma fonctionnel avec boucle tachymétrique représenté figure 11 :

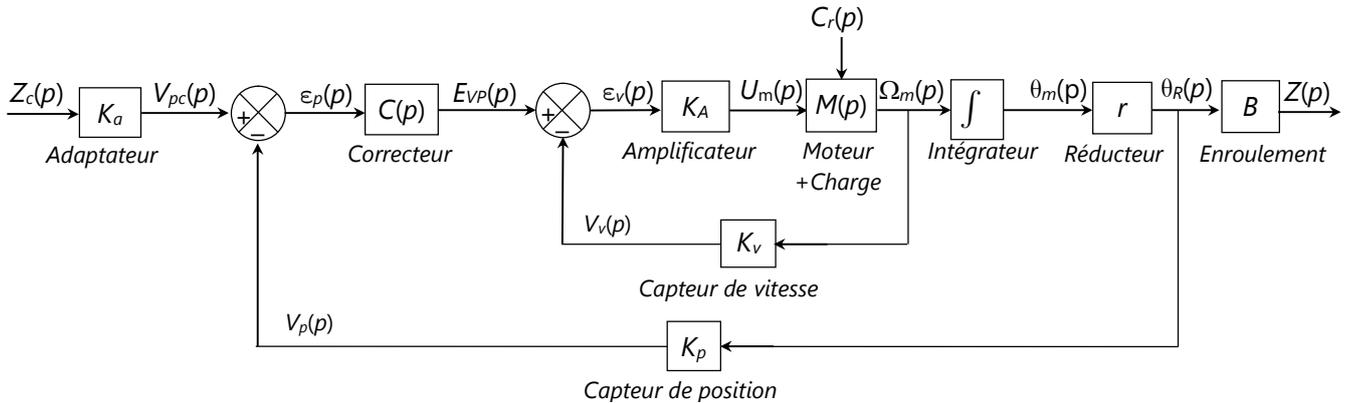


Figure 11 : Asservissement de position avec boucle tachymétrique

- $Z_c(p) = L [z_c(t)]$  est la transformée de la hauteur de consigne  $z_c(t)$ .
- $Z(p) = L [z(t)]$  est la transformée de la hauteur réelle atteinte  $z(t)$ .
- $C_r(p) = L [C_r(t)]$  est le couple résistant rapporté à l'arbre moteur et correspondant à la charge à monter.
- $K_a$  est le gain du boîtier adaptateur (à déterminer).
- $K_A$  est le gain de l'amplificateur (réglable) qui alimente le moteur (sans unité) :  $K_A = 25$ .
- $K_v$  est le gain du capteur de vitesse :  $K_v = 6 \text{ mV.s.rad}^{-1}$ .
- $K_p$  est le gain du capteur de position :  $K_p = 3 \text{ mV.rad}^{-1}$ .
- $r$  est le gain du réducteur à engrenages placé entre le moteur et le tambour.
- $B = R_5 / 2$  avec  $R_5$  : rayon du tambour.

Les performances imposées par le cahier des charges sont résumés dans le tableau suivant :

Critères	Niveaux
Précision	Ecart en régime permanent : <ul style="list-style-type: none"> <li>○ nul vis à vis d'une consigne en échelon de niveau <math>Z_0</math> .</li> <li>○ nul vis à vis d'une perturbation en échelon de niveau <math>C_{r0}</math> .</li> </ul>
Rapidité	Temps de réponse à 5%, $tr_{5\%} \leq 0,3 \text{ s}$
Stabilité	Marge de gain $MG \geq 15 \text{ dB}$ ; Marge de phase $MP \geq 70^\circ$
Dépassement	Aucun

Dans toute l'étude, on notera en minuscule les fonctions du temps et en majuscule leurs transformées de Laplace. On notera, aussi,  $h(t)$  la fonction de Heaviside ou échelon unitaire ( $h(t) = 1$  pour  $t > 0$  et  $= 0$  sinon).

**1. Modélisation du moteur + charge**

Le comportement linéarisé du système « moteur+charge » autour de son point de fonctionnement nominal est modélisé par les quatre équations suivantes :

- Équation mécanique :  $C_m(t) - C_r(t) = J_e \cdot \frac{d}{dt} \omega_m(t)$
- Équation électrique :  $u_m(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{d}{dt} i(t) + e(t)$
- Équation de couplage tension / vitesse :  $e(t) = k_e \cdot \omega_m(t)$
- Équation de couplage couple / intensité :  $C_m(t) = k_t \cdot i(t)$

$L$  est l'inductance de l'induit :  $L = 3,6 \text{ mH}$ .  
 $R$  est la résistance du bobinage :  $R = 0,71 \Omega$ .  
 $k_t$  est la constante de couple :  $k_t = 0,254 \text{ SI}$ .  
 $k_e$  est la constante de f.c.e.m. :  $k_e = 0,254 \text{ SI}$ .  
 $J_e$  est le moment d'inertie équivalent du système rapporté à l'arbre moteur :  
 $J_e = 0,003 \text{ kg.m}^2$ .

La figure 12 suivante représente le schéma-blocs du moteur + charge :

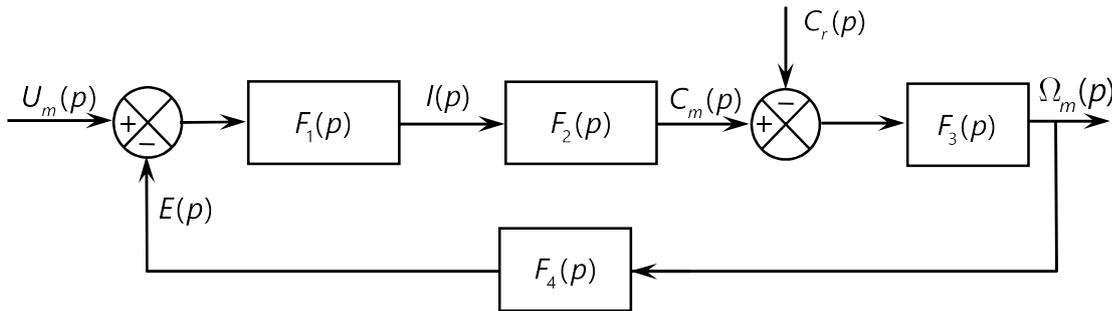


Figure 12 : Schéma-blocs du moteur + charge

**Question 16 :** Ecrire les équations du moteur dans le domaine de Laplace (les conditions initiales sont supposées nulles) et donner les expressions des transmittances  $F_1(p)$ ,  $F_2(p)$ ,  $F_3(p)$  et  $F_4(p)$ .

En simplifiant le schéma-blocs précédent, on écrit :  $\Omega_m(p) = H_m(p) \cdot U_m(p) - H_r(p) \cdot C_r(p)$

**Question 17 :**

a) Déterminer les deux fonctions de transfert  $H_m(p)$  et  $H_r(p)$  et les mettre sous leurs formes canoniques :

$$H_m(p) = \frac{K_m}{1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_n^2}} \quad \text{et} \quad H_r(p) = \frac{K_r \cdot (1 + \tau \cdot p)}{1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_n} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

b) En déduire les expressions des gains statiques  $K_m$  et  $K_r$ , de la constante du temps  $\tau$ , du facteur d'amortissement  $z$  et de la pulsation propre  $\omega_n$ . Faire l'application numérique.

c) Déterminer l'expression de  $\omega_m(\infty)$  la vitesse de rotation du moteur en régime permanent pour un échelon de tension  $u_m(t) = U_0 \cdot h(t)$  et un échelon de couple résistant  $C_r(t) = C_{r0} \cdot h(t)$ .

d) Justifier pourquoi il est possible de mettre  $H_m(p)$  sous la forme  $H_m(p) = \frac{K_m}{(1 + T_1 \cdot p)(1 + T_2 \cdot p)}$ .

Dans la suite on prend  $T_1$  et  $T_2$  comme étant égales aux constantes de temps électrique et mécanique :

$$T_1 = T_e = \frac{L}{R} = 5 \text{ ms} \quad \text{et} \quad T_2 = T_m = \frac{RJ}{k^2} = 33 \text{ ms}.$$

e) Par analyse de la dominance des pôles, justifier pourquoi peut-on modéliser le système par un système du 1<sup>er</sup> ordre. Donner l'expression simplifiée de  $H_m(p)$ . En déduire le temps de réponse à 5%.

**2. Etude de la boucle tachymétrique**

Le constructeur a fait le choix d’asservir la vitesse. La mesure de la vitesse angulaire est réalisée par une génératrice tachymétrique de gain  $K_v$ . Le nouveau schéma bloc est défini sur la figure 13.

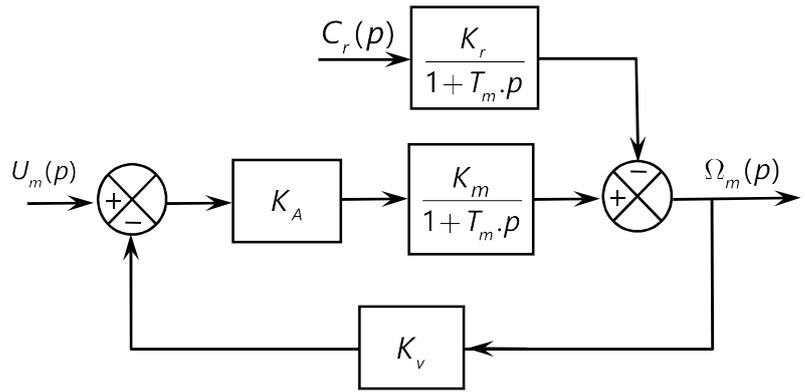


Figure 13 : Schéma bloc du moteur avec chaîne de retour tachymétrique

En simplifiant le schéma-blocs de la figure 13 on obtient :  $\Omega_m(p) = G_m(p).U_m(p) - G_r(p).C_r(p)$ .

**Question 18 :**

- a) Déterminer, sous leurs formes canoniques, les fonctions de transfert  $G_m(p)$  et  $G_r(p)$  en fonction de  $K_A, K_v, K_m, K_r$  et  $T_m$ .
- b) Déterminer l’expression de  $\omega_m(\infty)$  la vitesse de rotation du moteur en régime permanent pour un échelon de tension  $u_m(t) = U_0.h(t)$  et un échelon de couple résistant  $C_r(t) = C_{r0}.h(t)$ . Donner le temps de réponse  $tr_{5\%}$ .
- c) Expliquer l’impact de cette boucle de vitesse sur la rapidité et sur l’effet de la perturbation sur la vitesse en régime permanent du moteur.

**3. Etude de la boucle de position**

L’asservissement de position peut être modélisé par le schéma bloc de la figure 14 :

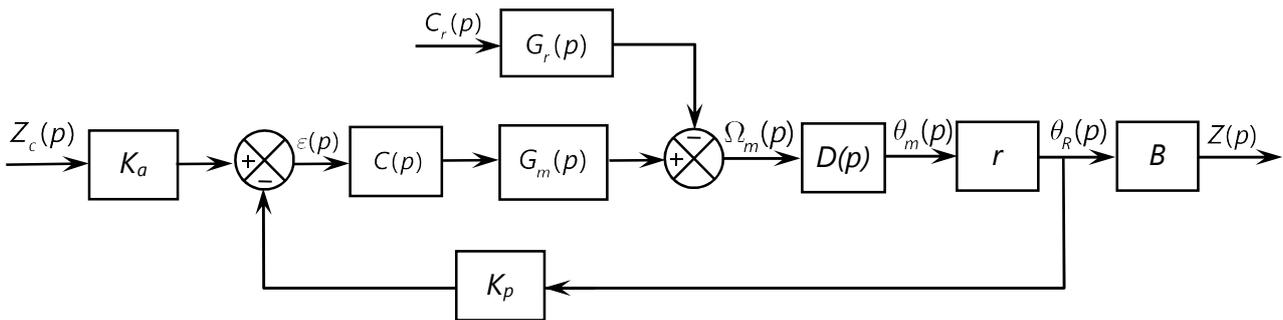


Figure 14 : Schéma-blocs de l’asservissement de position de la montée de la charge

Pour la suite, on utilise les résultats suivants :

$$G_m(p) = \frac{K_{m2}}{1 + Tp} ; G_r(p) = \frac{K_{r2}}{1 + Tp} ; K_{m2} = 62,5 \text{ rad.s}^{-1}.V^{-1} ; K_{r2} = 6,875 \text{ rad.s}^{-1}.N^{-1}.m^{-1} \text{ et } T = 0,02 \text{ s} ;$$

**Question 19 :**

- a) Pour que l’asservissement de la montée de la charge soit correct, donner la relation liant  $K_a, K_p$  et  $B$ .
- b) Donner l’expression de la transmittance  $D(p)$ .

Le schéma bloc de l'asservissement de la figure 14 peut se mettre sous la forme de celui de la figure 15.

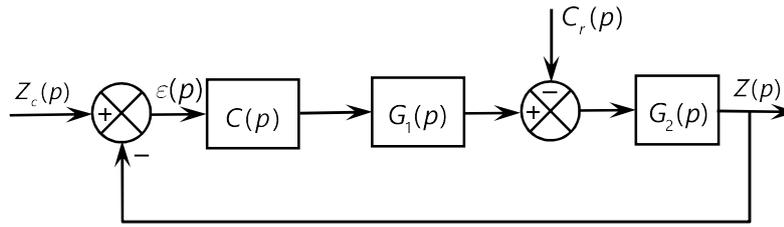


Figure 15 : Schéma-blocs simplifié à retour unitaire

**Question 20 :**

a) Donner les expressions des transmittances  $G_1(p)$  et  $G_2(p)$  et les mettre sous la forme :

$$G_1(p) = K_1 \text{ et } G_2(p) = \frac{K_2}{p(1 + Tp)}$$

b) En déduire les gains  $K_1$  et  $K_2$  en fonction de  $K_{m2}, K_{r2}, K_p, r$  et  $B$ .

Pour la suite, on utilisera les valeurs suivantes :  $K_1 = 8, K_2 = 0,5$  et  $T = 0,02$  s.

**3.1. Performances du système non corrigé**

Dans cette partie, on s'intéresse à l'asservissement de position sans correction :  $C(p) = 1$ .

**Question 21 :**

- a) Sur le document-réponse 2, tracer les diagrammes asymptotiques et réels de Bode de  $H_{BO}(p)$ .
- b) Déterminer analytiquement les marges de phase  $MP^\circ$  et de gain  $MG_{dB}$  du système. Vérifier les valeurs trouvées sur les diagrammes de Bode tracés sur le document-réponse 2.

**Question 22 :**

- a) En supposant le couple résistant  $C_r(p) = 0$ , déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}^z(p) = Z(p) / Z_c(p)$  et la mettre sous forme canonique. Déterminer les valeurs de sa pulsation propre non amortie  $\omega_n$  et de son coefficient d'amortissement  $\xi$ .
- a) Tracer sur votre copie l'allure de la réponse  $z(t)$  pour une consigne échelon  $z_c(t) = 0,5.h(t)$  en précisant ses valeurs initiale et finale et sa tangente à l'origine.
- b) En faisant usage de l'abaque du temps de réponse donné sur la figure 16 (voir page 17), déterminer le temps de réponse  $tr_{5\%}$ .

Suite aux valeurs des différents critères de performance de cette commande, une compensation de la commande s'avère nécessaire pour pouvoir satisfaire les exigences du cahier de charges.

**3.2. Correction proportionnelle**

On adopte dans un premier temps une correction proportionnelle et on prend :  $C(p) = K_c$ .

**Question 23 :** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée  $H_{BO}^c(p)$ . Donner son gain statique  $K_{BO}$ , son ordre  $n$  et sa classe  $\alpha$ .

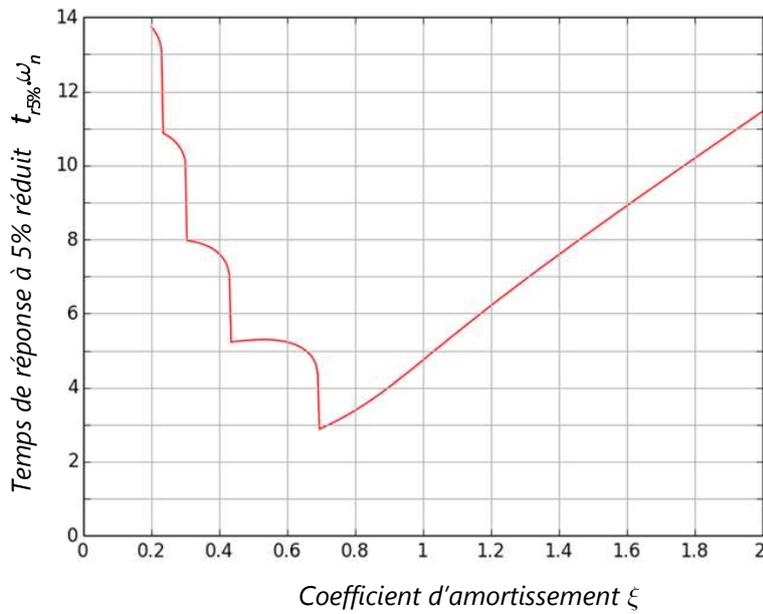


Figure 16 : Abaque du temps de réponse d'un système de second ordre

**Question 24 :**

- a) Donner, en justifiant, l'écart en régime permanent vis-à-vis de la consigne échelon  $z_c(t) = Z_0 \cdot h(t)$ .
- b) Donner, en justifiant, l'écart en régime permanent vis-à-vis de la perturbation échelon  $C_r(t) = C_{r0} \cdot h(t)$ .

**Question 25 :**

- a) En supposant le couple résistant  $C_r(p) = 0$ , déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}^z(p) = Z(p) / Z_c(p)$  et la mettre sous forme canonique. Donner, en fonction de  $K_c$ , la pulsation propre non amortie  $\omega_{nc}$  et de son coefficient d'amortissement  $\xi_c$ .
- b) Déterminer la valeur  $K_{c1}$  de  $K_c$  permettant d'avoir le système le plus rapide et sans dépassement.
- c) En faisant usage de l'abaque de la figure 16, donner le temps de réponse  $tr_{5\%}$  pour  $K_c = K_{c1}$ .
- d) Relever sur les diagrammes de Bode que vous avez tracés sur la figure R1 du document-réponse 2, la marge de phase  $MP^\circ$  pour  $K_c = K_{c1}$ .

**Question 26 :** Conclure quant à la capacité de la correction proportionnelle à respecter, à elle seule, le cahier des charges.

**3.3. Correction proportionnelle intégrale**

Pour concilier les différentes exigences du cahier de charges on adopte le correcteur proportionnel-Intégral (PI) suivant :  $C(p) = K_c \cdot \frac{1 + T_i \cdot p}{T_i \cdot p}$  avec :  $K_c = 3$  et  $T_i = 15$  s.

**Question 27 :** Justifier l'intérêt du choix de ce correcteur au regard des exigences du cahier des charges et en particulier le choix de la valeur de la pulsation de cassure  $\omega_{ci} = 1 / T_i$  du correcteur PI.

**Question 28 :**

- a) Donner, en justifiant, l'écart statique  $\varepsilon_{statique}^{con}$  en régime permanent vis-à-vis d'une consigne échelon  $z_c(t) = Z_0 \cdot h(t)$ .
- b) Donner, en justifiant, l'écart de poursuite  $\varepsilon_{poursuite}^{con}$  en régime permanent vis-à-vis d'une consigne rampe  $z_c(t) = V_0 \cdot t \cdot u(t)$ .
- c) Donner, en justifiant, l'écart statique  $\varepsilon_{statique}^{per}$  en régime permanent vis-à-vis de la perturbation échelon  $C_r(t) = C_{r0} \cdot h(t)$ .

La figure R2 du document-réponse 3 représente les diagrammes de Bode de la F.T.B.O. corrigée.

**Question 29 :** Sur la figure R2 du document-réponse 3, repérer et relever les nouvelles marges de gain  $MG_{dB}$  et de phase  $MP^\circ$ .

La figure R3 du document-réponse 4 représente la réponse corrigée de l'asservissement à un échelon de consigne et à un échelon de perturbation retardé de 2s le temps nécessaire pour que la position  $z(t)$  atteigne sa valeur permanente suite à l'échelon de consigne.

**Question 30 :** Sur la figure R3 du document-réponse 4, repérer et relever :

- L'écart statique  $\varepsilon_{statique}^{con}$  en régime permanent vis-à-vis de la consigne échelon  $z_c(t) = 0,5 \cdot h(t)$ .
- L'écart statique  $\varepsilon_{statique}^{per}$  en régime permanent vis-à-vis de la perturbation échelon  $C_r(t) = 1,2 \cdot h(t - 2)$ .
- Le temps de réponse  $tr_{5\%}$ .
- Le dépassement  $D\%$ .

**Question 31 :** Conclure sur la capacité du correcteur PI à respecter les exigences du cahier de charges (répondre sur le document-réponse 4).

**Fin de l'énoncé.**

## DOCUMENT-ANNEXE

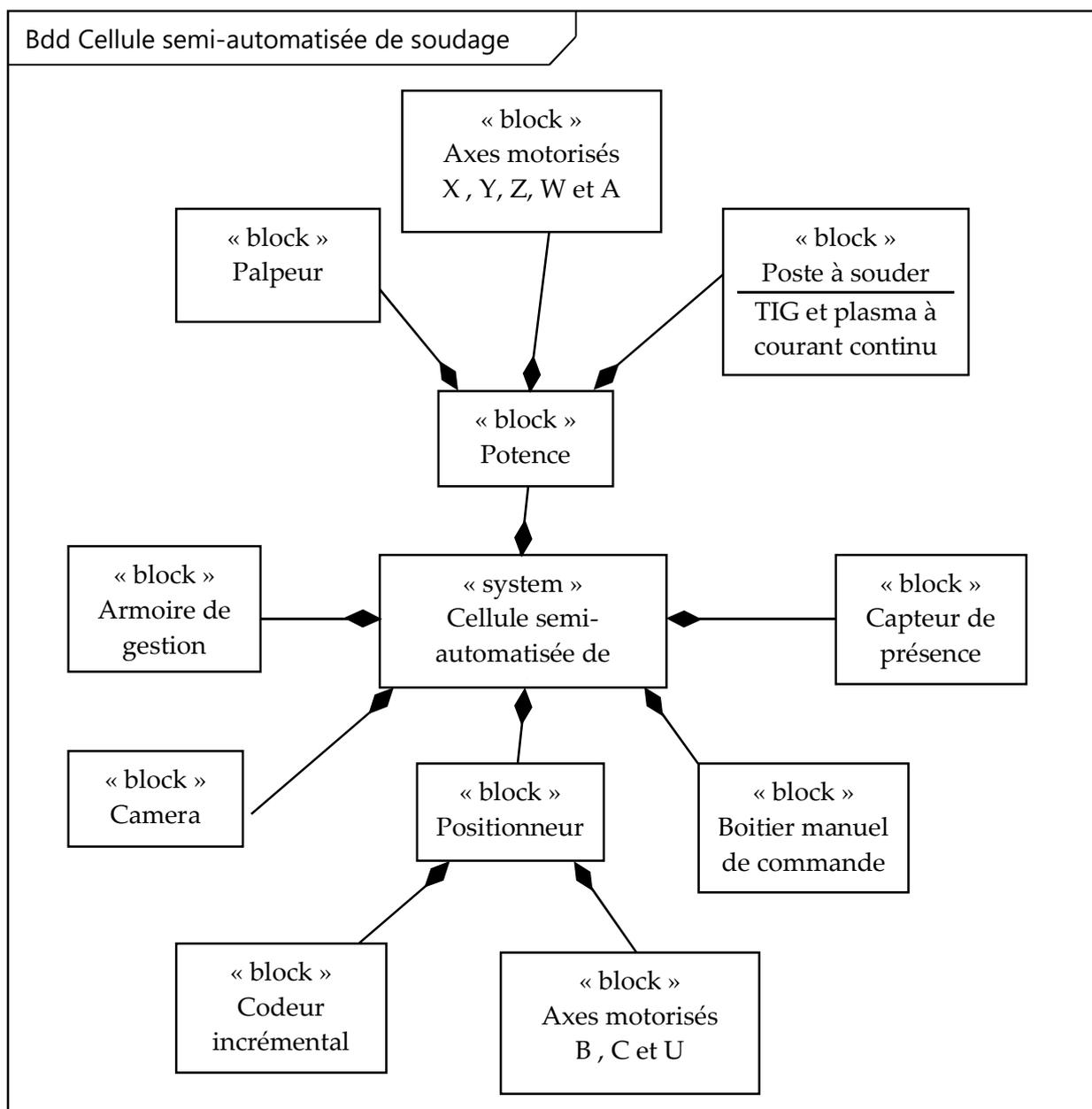
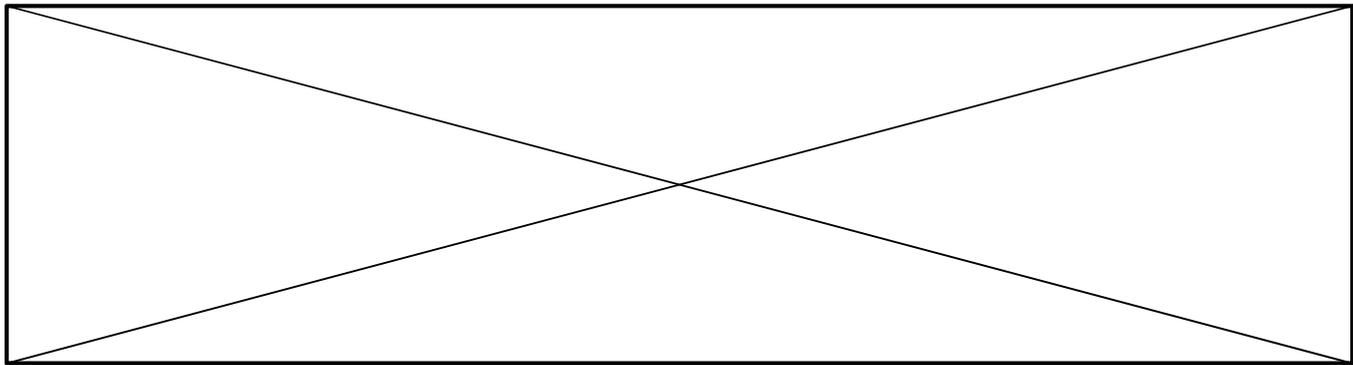


Diagramme de définition des blocs (bdd)



## DOCUMENT-REPONSE 1

### Partie A- Exercice préliminaire (Noté 4 points sur 20)

Question 1 : .....

Question 2 :

Liaison	Torseur des actions mécaniques transmissibles
Encastrement	$A \left\{ \begin{array}{l l} X & M \\ Y & N \\ Z & N \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
Pivot d'axe $(A, \vec{x})$	$A \left\{ \begin{array}{l l} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
Pivot glissant d'axe $(A, \vec{y})$	$A \left\{ \begin{array}{l l} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
Glissière de direction $(\vec{z})$	$A \left\{ \begin{array}{l l} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
Sphérique (rotule) de centre A.	$A \left\{ \begin{array}{l l} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

Question 3 :

a)  $\vec{\Omega}(1/R_0) = \dots\dots\dots$

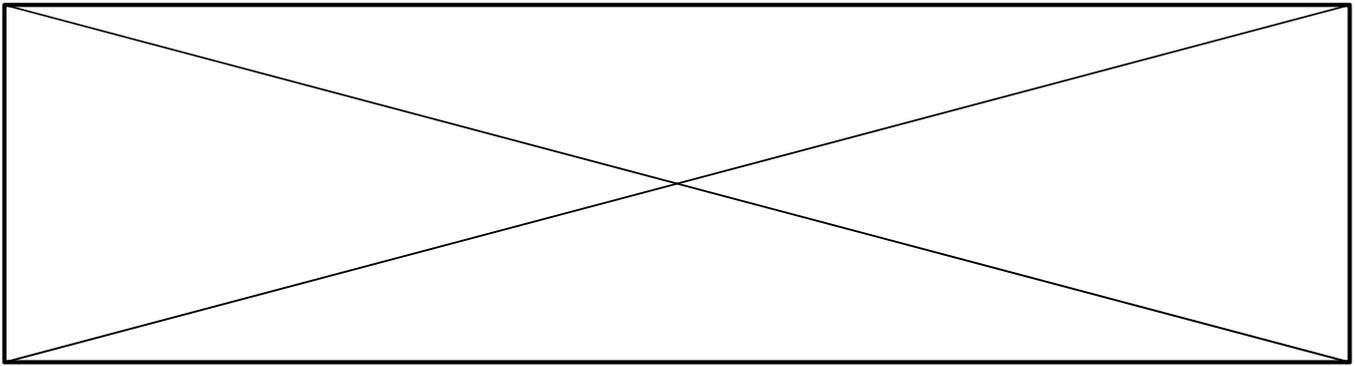
b)  $\vec{V}(O \in 1/R_0) = \dots\dots\dots$

$\vec{V}(G \in 1/R_0) = \dots\dots\dots$

c)  $\vec{\Gamma}(G/R_0) = \dots\dots\dots$

Question 4 :

a)  $\vec{I}(G, 1) = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)}$  ; b)  $\begin{cases} I_{(G, \vec{x}_1)}(1) = \dots\dots\dots \\ I_{(G, \vec{y}_1)}(1) = \dots\dots\dots \\ I_{(G, \vec{z}_0)}(1) = \dots\dots\dots \end{cases}$



**DOCUMENT-REPONSE 2**

**Question 21: a)**

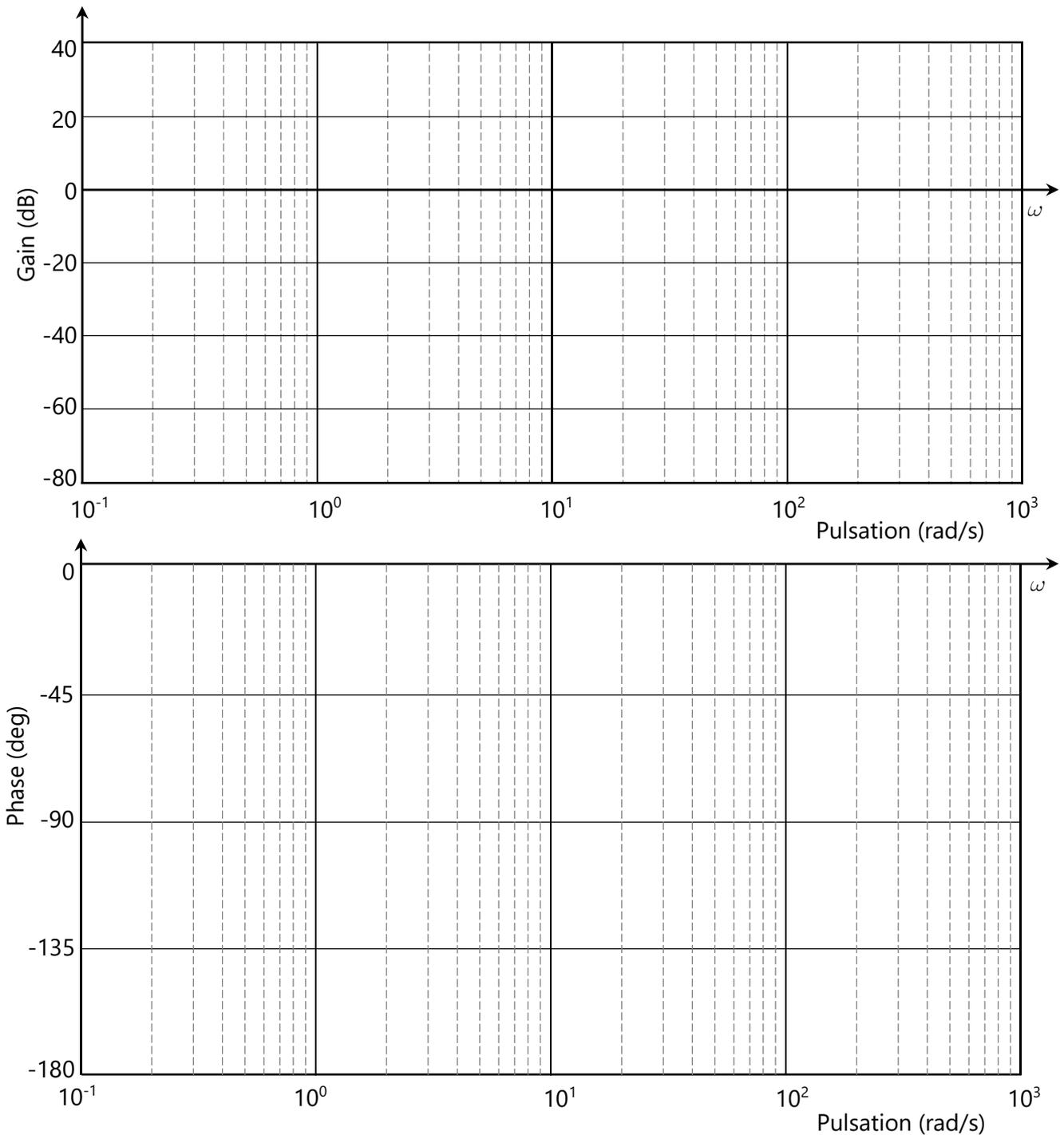
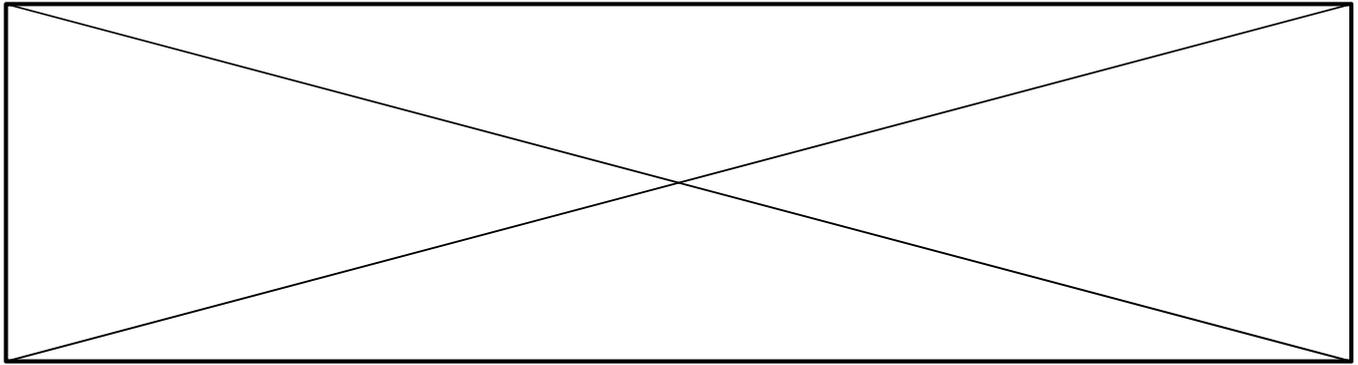


Figure R1 : Diagrammes de Bode de  $H_{BO}(p)$



**DOCUMENT-REPONSE 3**

**Question 29 :**

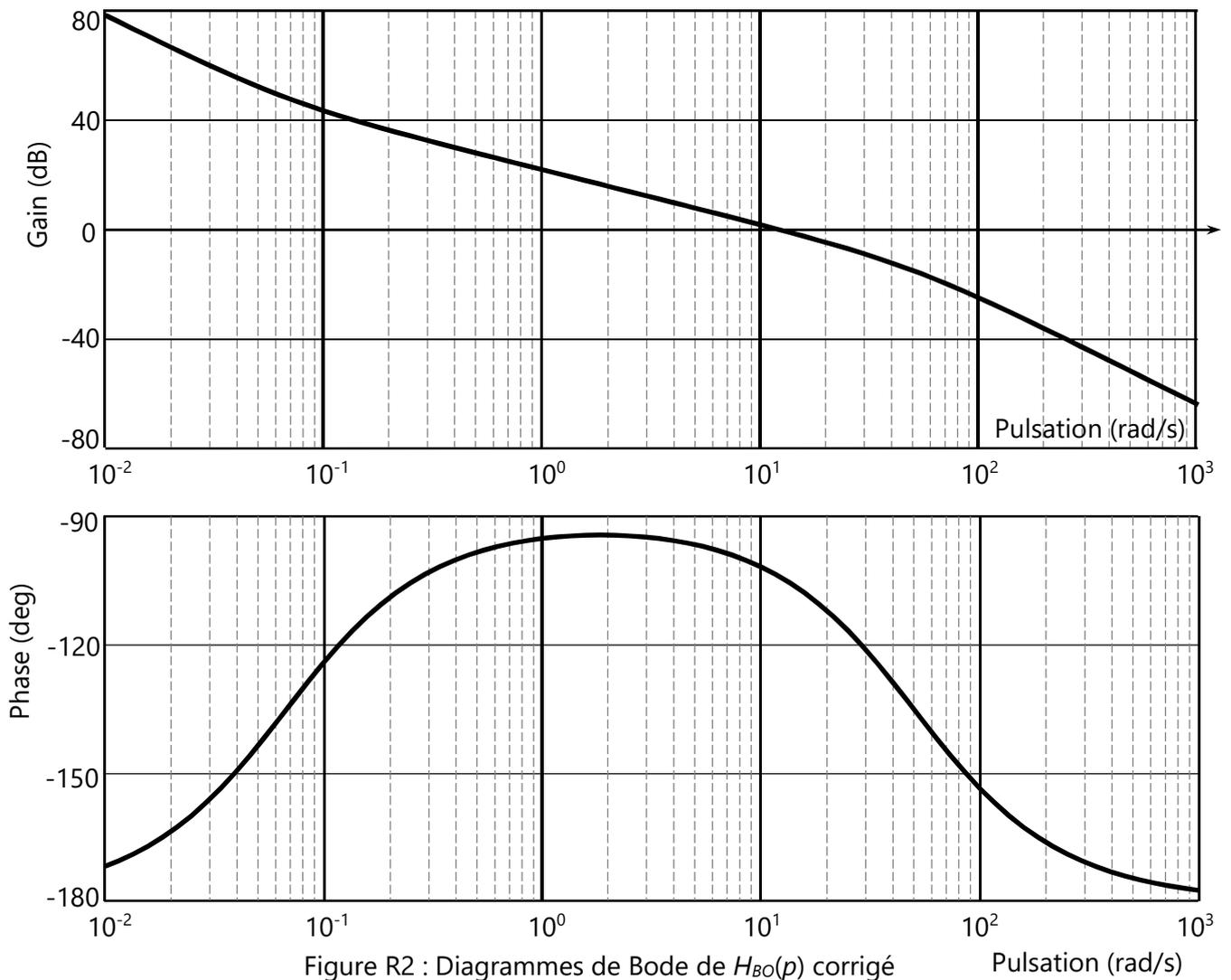
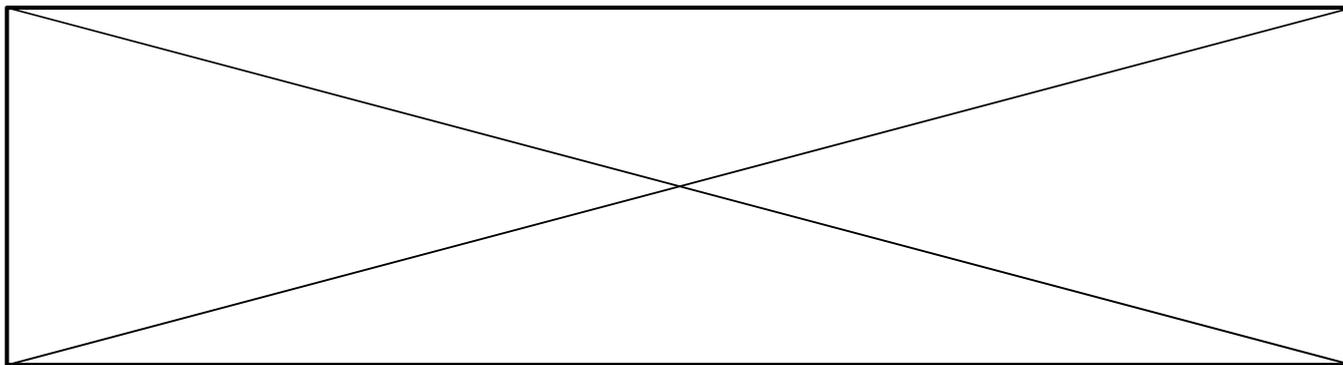


Figure R2 : Diagrammes de Bode de  $H_{BO}(p)$  corrigé

$MG_{dB} = \dots\dots\dots$

$MP^\circ = \dots\dots\dots$



### DOCUMENT-REPONSE 4

**Question 30 :**

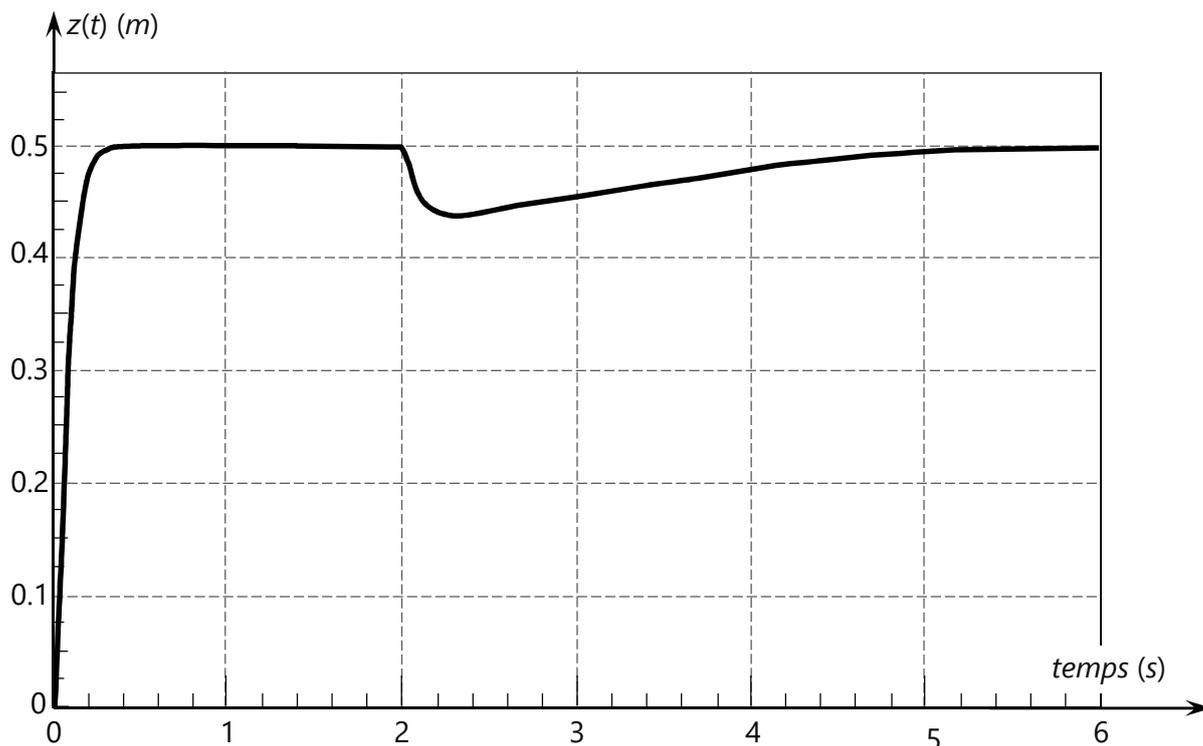


Figure R3 : Réponse du système à une consigne  $z_c(t) = 0,5.h(t)$  et une perturbation  $C_p(t) = 1,2.h(t - 2)$

$\varepsilon_{statique}^{con} =$ .....
$\varepsilon_{statique}^{per} =$ .....
$tr_{5\%} =$ .....
$D\% =$ .....

**Question 31 :**

.....

.....