

## Sujet : Robot enjambeur viticole

### Présentation :

Le robot autonome polyvalent est un outil enjambeur dédié au désherbage mécanique des vignes. Son principal avantage réside dans sa capacité à soulager les viticulteurs et vigneronns de tâches éprouvantes et chronophages. Comme illustré sur la figure 1, il réalise un désherbage entièrement mécanique, réduisant ainsi le recours aux herbicides couramment utilisés. Grâce à ses passages fréquents, il assure un entretien régulier des vignobles. Ce robot est l'un des premiers modèles électriques entièrement autonomes sur le marché, offrant un désherbage précis et efficace entre les rangs de vignes.

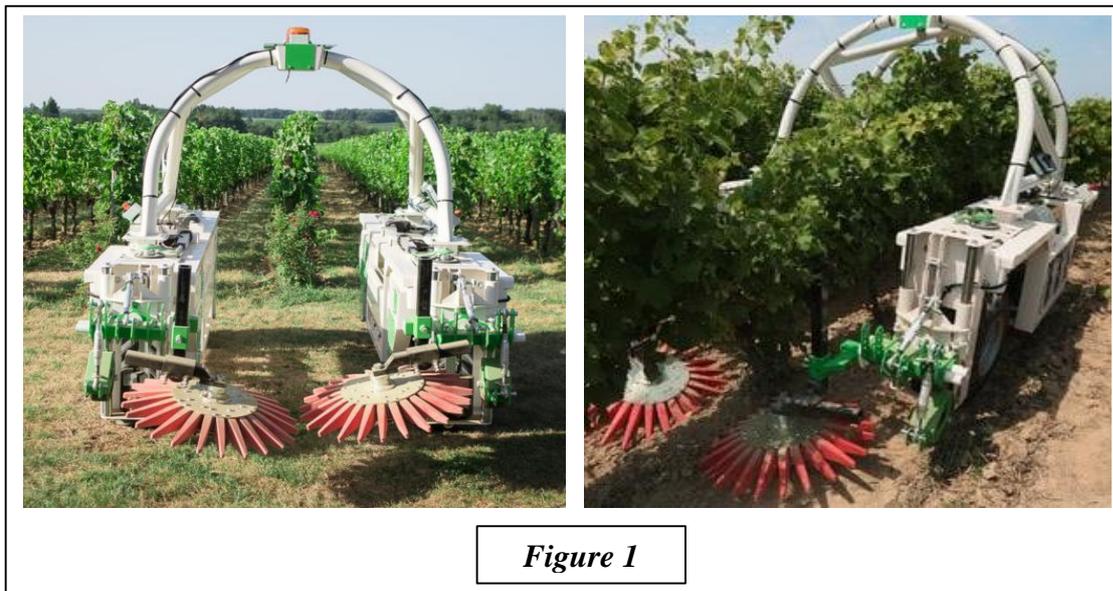


Figure 1

Le diagramme des cas d'utilisation présenté ci-dessous (figure 2) illustre l'environnement de travail du robot.

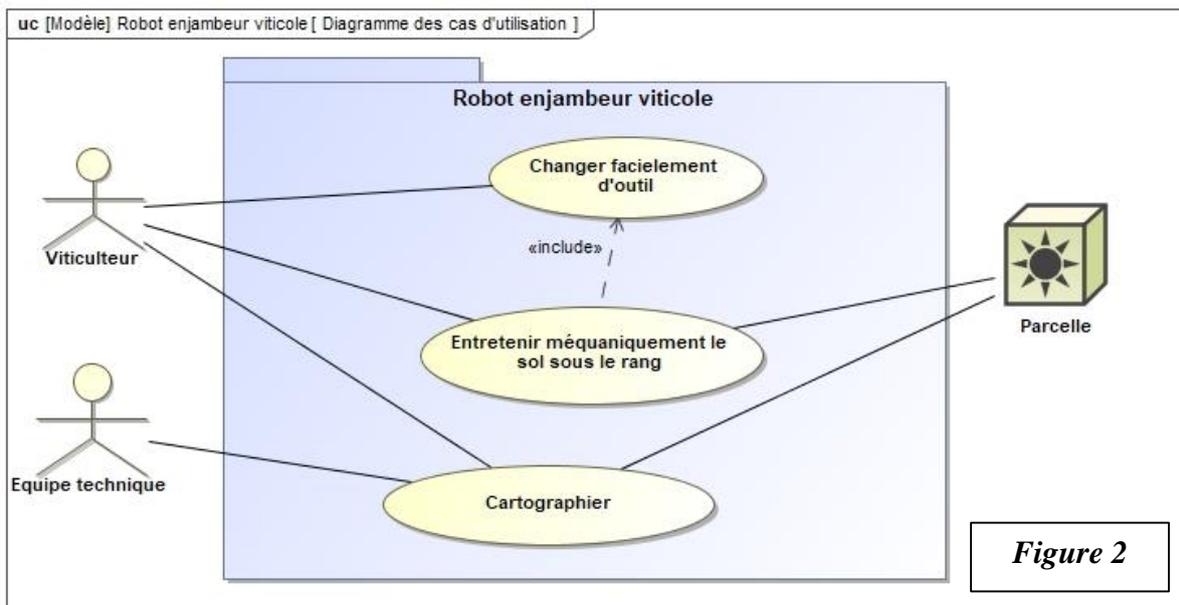


Figure 2

La figure 3 détaille la structure du robot.

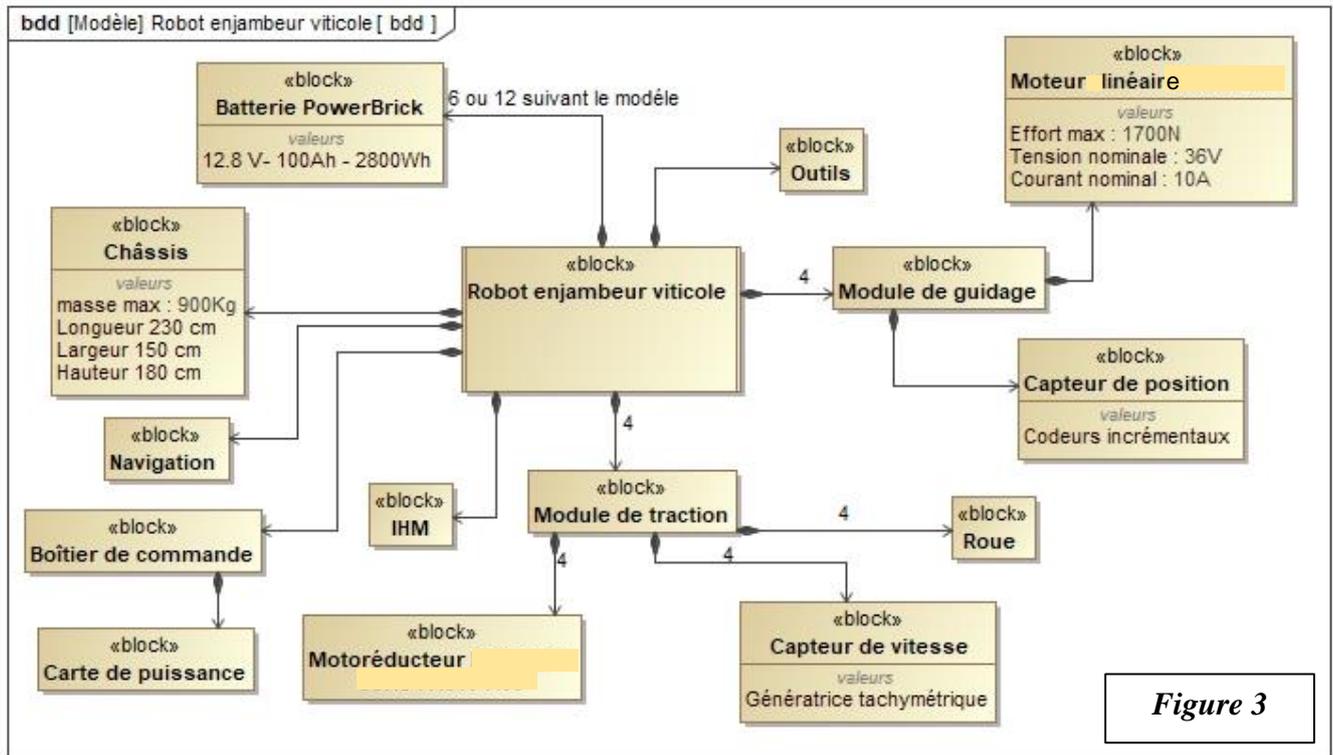


Figure 3

Le diagramme de la figure 4 ci-dessous présente les contraintes et les exigences fixées pour le fonctionnement du robot.

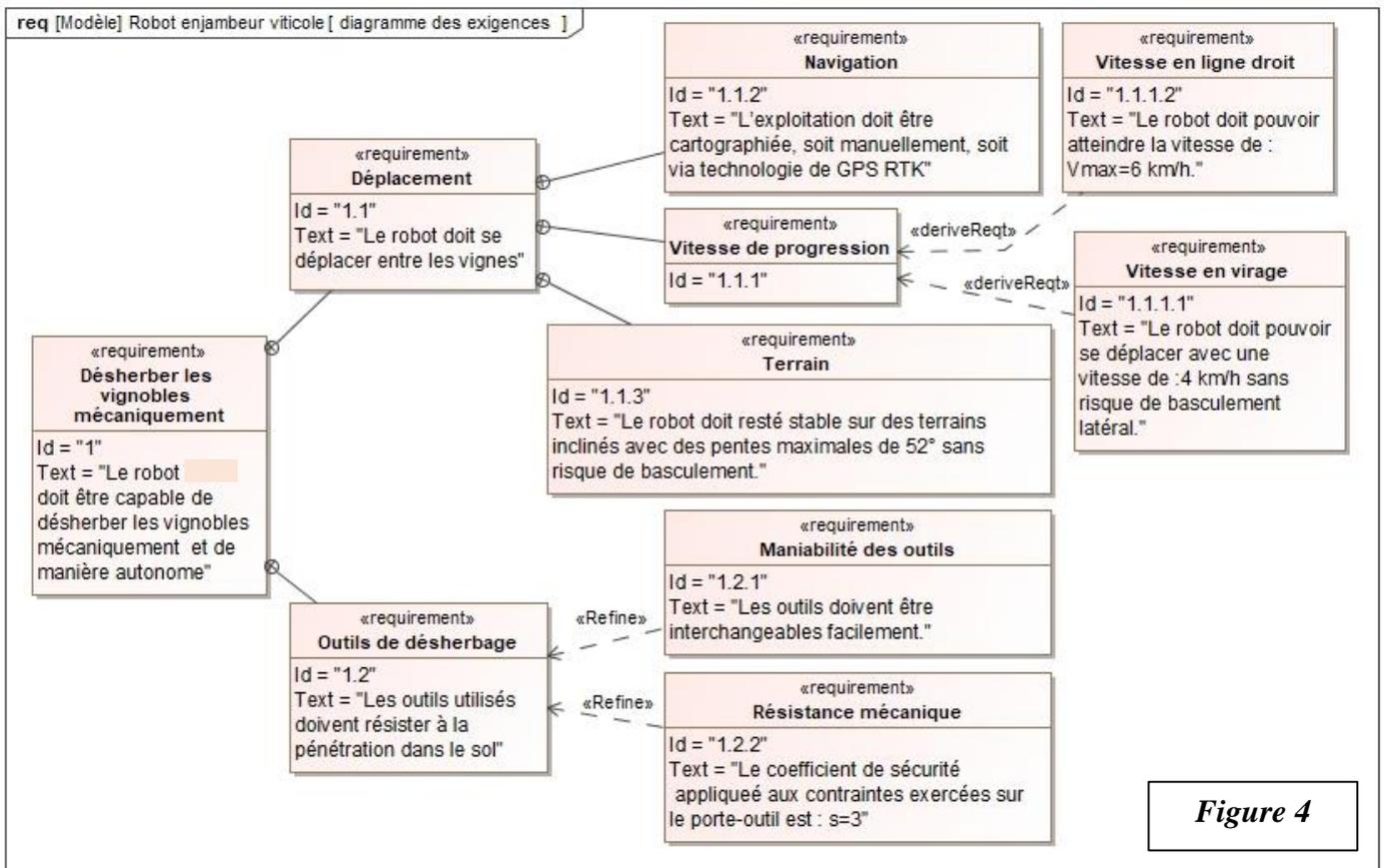


Figure 4

**Partie 1 : Exercice préliminaire noté 4/20 :**

La figure 5 représente un schéma cinématique spatial (3D) du mécanisme d'orientation des roues du robot.

**Veillez répondre sur le document réponse DR**

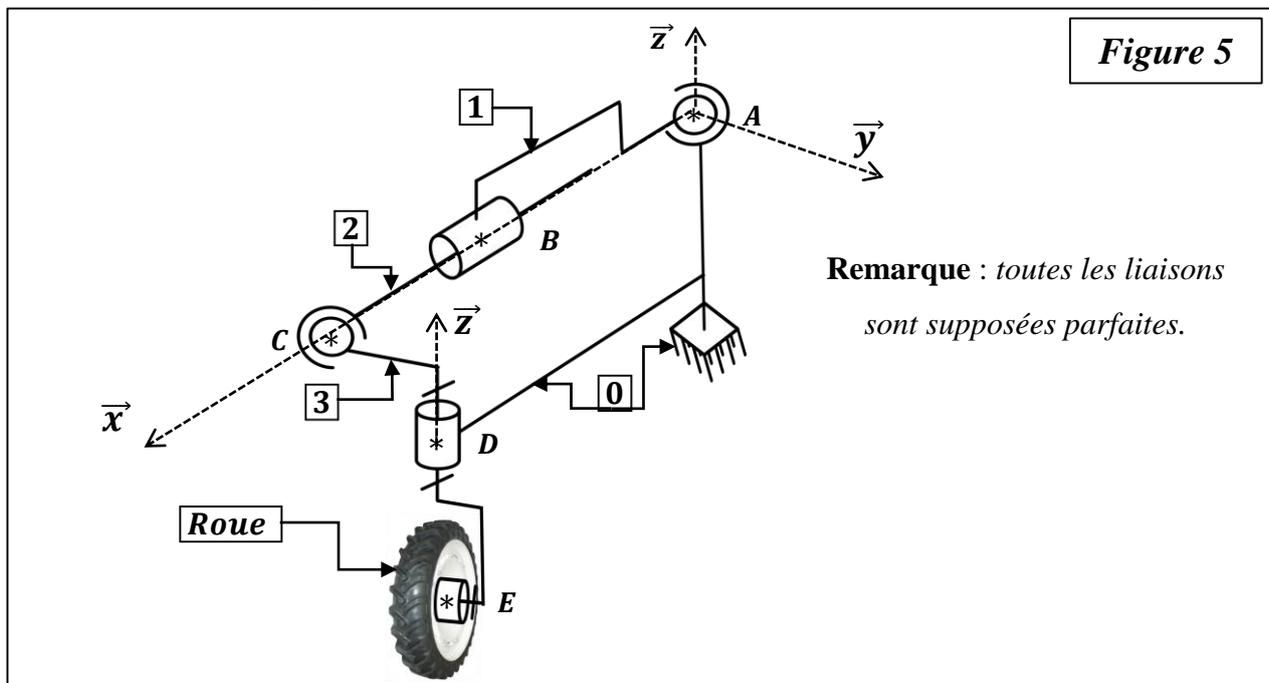
- Le torseur cinématique d'une liaison mécanique normalisée entre deux solides  $S_i$  et  $S_j$ , exprimé au point  $P$  et dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est donné par la forme canonique suivante :

$$\{V_{(S_i/S_j)}\}_P = \left\{ \begin{array}{l|l} \omega_{ij}^x & V_{ij}^x \\ \omega_{ij}^y & V_{ij}^y \\ \omega_{ij}^z & V_{ij}^z \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

- $\omega_{ij}^x, \omega_{ij}^y$  et  $\omega_{ij}^z$  : Sont les composantes du vecteur vitesse de rotation du mouvement  $S_i/S_j$  autour des directions  $\vec{x}, \vec{y}$  et  $\vec{z}$  respectivement ;
- $V_{ij}^x, V_{ij}^y$ , et  $V_{ij}^z$  : Sont les composantes du vecteur vitesse du point  $P$  dans le mouvement de  $S_i/S_j$  suivant les directions  $\vec{x}, \vec{y}$  et  $\vec{z}$  respectivement.
- Le torseur de l'action mécanique transmissible par la liaison entre les deux solides  $S_i$  et  $S_j$ , exprimé au point  $P$  et dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est donné par la forme canonique suivante :

$$\{T_{(S_i \rightarrow S_j)}\}_P = \left\{ \begin{array}{l|l} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

- $X_{ij}, Y_{ij}$  et  $Z_{ij}$  : Sont les composantes de la force transmissible entre  $S_i$  et  $S_j$  suivant les directions  $\vec{x}, \vec{y}$  et  $\vec{z}$  respectivement ;
- $L_{ij}, M_{ij}$  et  $N_{ij}$  : Sont les composantes du moment au point  $P$  entre  $S_i$  et  $S_j$  selon les directions  $\vec{x}, \vec{y}$  et  $\vec{z}$  respectivement.



**Figure 5**

**Remarque :** toutes les liaisons sont supposées parfaites.

**Question 1.** À partir du schéma cinématique de la figure 5, compléter le tableau du document réponse DR en indiquant le nom, la caractéristique géométrique, les degrés de liberté, le torseur cinématique et le torseur transmissible pour chaque liaison.

**FIN DE L'EXERCICE PRELIMINAIRE**

## Partie 2 : Étude cinématique du robot en virage

**Objectif 2-1 : Déterminer les consignes à imposer aux actionneurs pendant la phase de demi-tour.**

Dans cette partie on suppose que le centre  $C_1$  du châssis (1) du robot décrit dans un plan  $(I, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$  parallèle au sol (0), une trajectoire sous forme d'un cercle de centre  $I$  et de rayon  $R$  (Voir figure 6). Le sol (0) est supposé parfaitement plan et horizontal.

- Le repère  $R_0(I, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est lié au sol (0).
- Le robot possède quatre roues ( $3_i$ ), ( $i = 1,2,3,4$ ), chaque roue est orientable à l'aide d'un caisson ( $2_i$ ), ( $i = 1,2,3,4$ ) (voir figure 7).

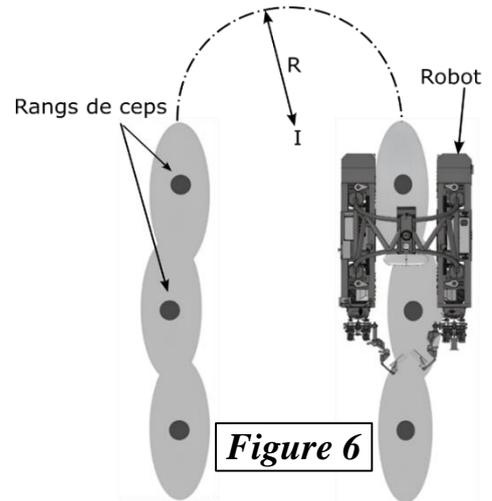


Figure 6

L'étude portera uniquement sur la roue  $3_2$  et son caisson  $2_2$ . (voir les figures 7 et 8)

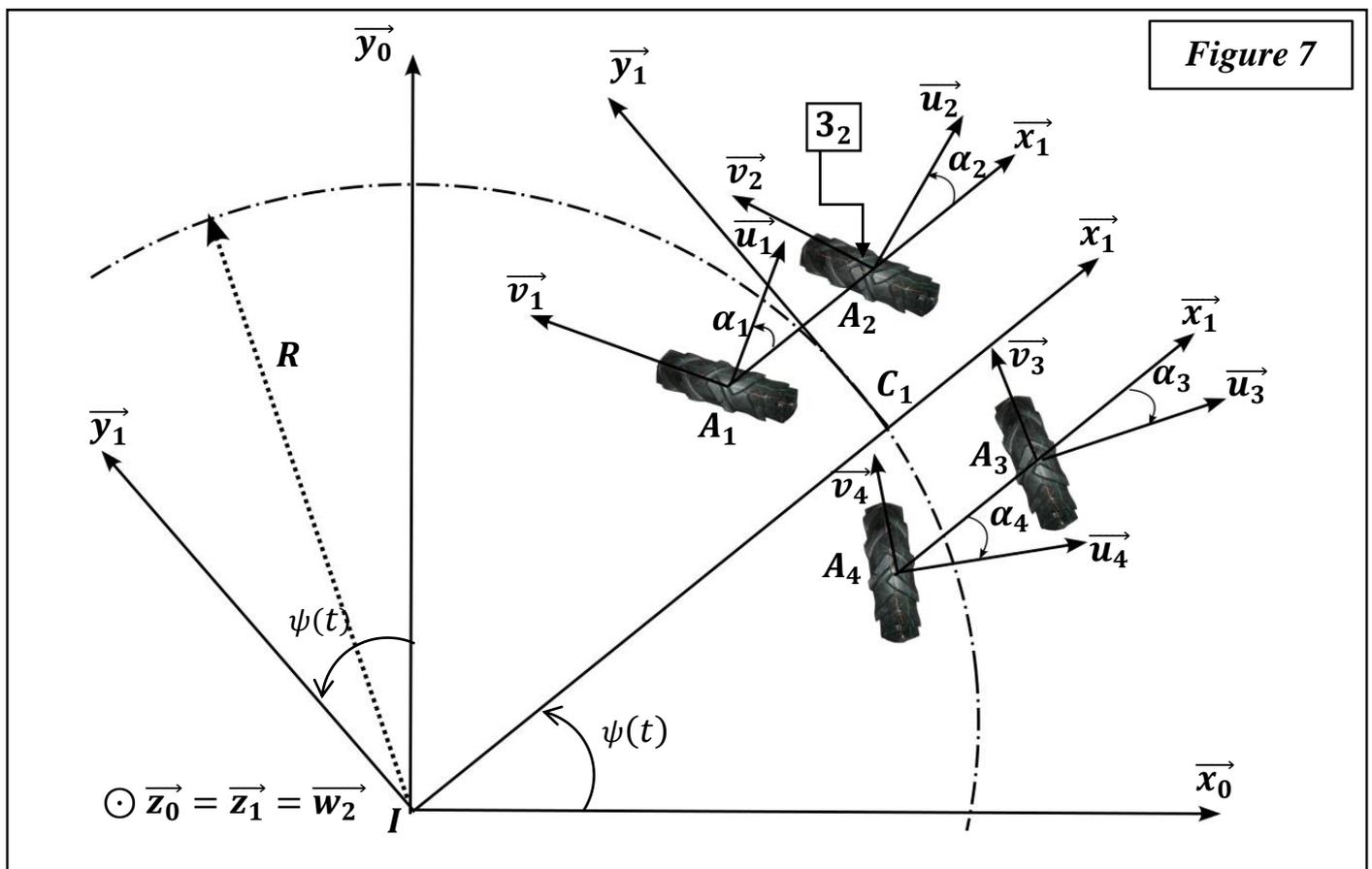
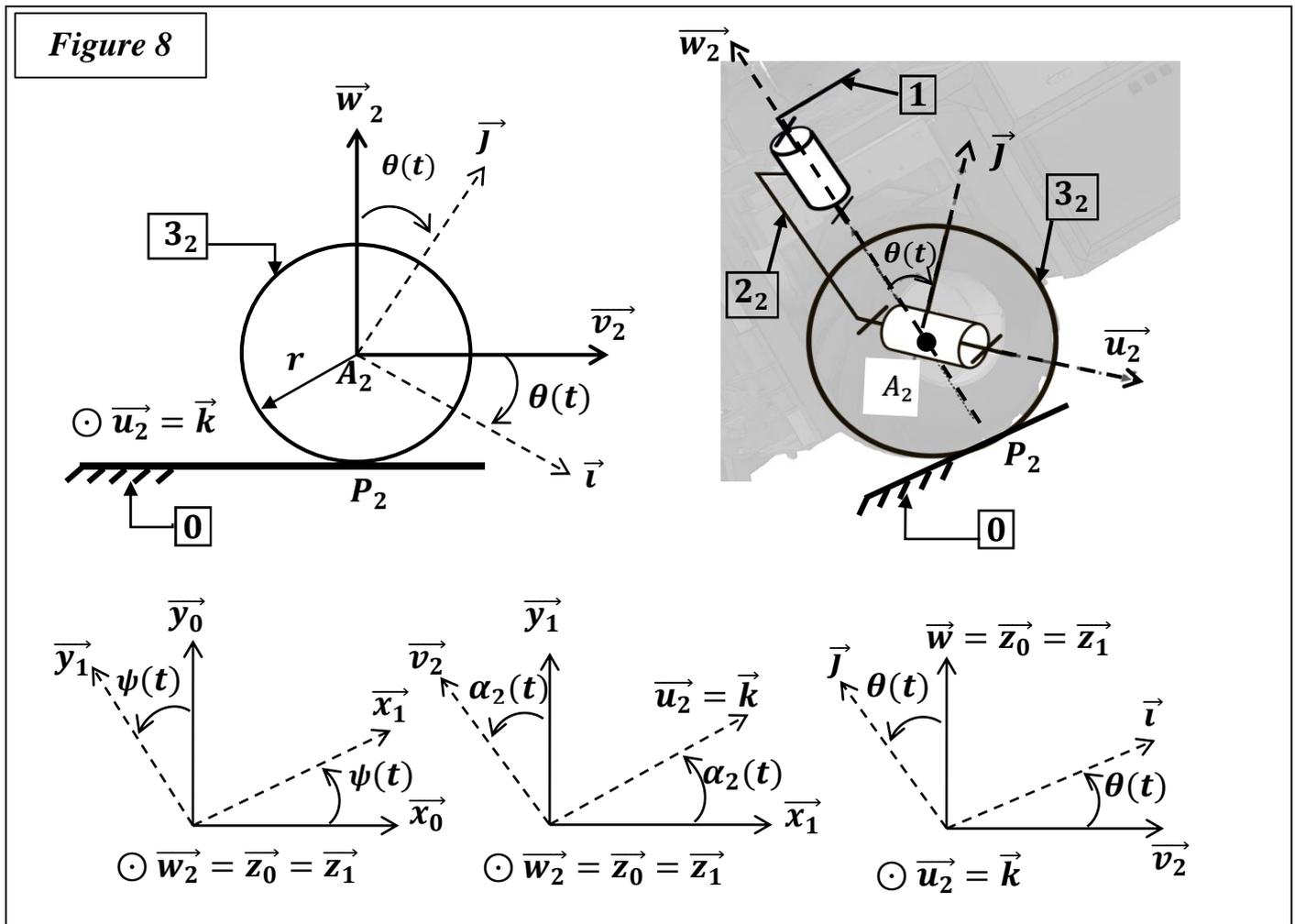


Figure 7

On considère :

- $1$  : Châssis en mouvement plan sur plan par rapport au sol  $0$ . Soit  $R_1(I, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  le repère associé au châssis  $1$ , tel que :  $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ .
- $2_2$  : Caisson en liaison pivot d'axe  $(A_2, \vec{w}_2)$  avec le châssis  $1$ . Soit  $R_2(A_2, \vec{u}_2, \vec{v}_2, \vec{w}_2)$  le repère associé au caisson  $2_2$ , tel que :  $\vec{w}_2 = \vec{z}_1 = \vec{z}_0$ .

- **3<sub>2</sub>** : **Roue** supposée indéformable, de centre **A<sub>2</sub>** et de rayon **r**, en liaison pivot d'axe (**A<sub>2</sub>, u<sub>2</sub>**) avec le caisson **2<sub>2</sub>**, tel que :  $\vec{u}_2 = \vec{k}$ . Soit  $R_3(A_2, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  le repère associé à la roue **3<sub>2</sub>**.
  - La roue **3<sub>2</sub>** est supposée en contact ponctuel avec le sol **0** au point **P<sub>2</sub>** et rouler sans glisser sur celui-ci.
- On note :
- $\psi(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$  ;  $\psi(t)$  : paramètre variable
  - $\alpha_2(t) = (\vec{x}_1, \vec{u}_2) = (\vec{y}_1, \vec{v}_2)$  ;  $\alpha_2(t)$  : paramètre variable
  - $\theta(t) = (\vec{v}_2, \vec{i}) = (\vec{w}_2, \vec{j})$  ;  $\theta(t)$  : paramètre variable
  - $\vec{C}_1 A_2 = \frac{L}{2} \cdot \vec{y}_1 + \frac{d}{2} \cdot \vec{x}_1$  ;  $d$  et  $L$  : ce sont des distances constantes
  - $\vec{I} C_1 = R \cdot \vec{x}_1$  ;  $R = 0,5m$  :  $R$  est le rayon du cercle décrit par le centre  $C_1$  du châssis **1** dans le repère  $R_0$
  - $\vec{A}_2 P_2 = -r \cdot \vec{z}_0$
  - On définit  $\vec{V}_{(C_1 \in 1/0)}$  : le vecteur vitesse au point **C<sub>1</sub>** appartenant à **1** dans son mouvement par rapport au sol **0**, avec :  $\vec{V}_{(C_1 \in 1/0)} = V \cdot \vec{y}_1$  ; avec  $V = 4 \text{ Km} \cdot \text{h}^{-1}$  (Exigence Id = 1.1.1.1)



**Question 2. Déterminer** (par dérivation) dans la base 1  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$ , le vecteur vitesse  $\vec{V}_{(C_1 \in 1/0)}$  en fonction de  $R$  et  $\dot{\psi}$ . Déterminer la valeur de  $\dot{\psi}$  en (rad/s).

**Question 3.** A partir des figures planes, **exprimer** la vitesse angulaire de  $3_2 / 0 : \overline{\Omega}_{(3_2/0)}$ , et **récrire** cette vitesse de rotation pour :  $\alpha_2(t) = \text{constant}$ .

**Question 4.** **Exprimer** la condition cinématique de roulement sans glissement au point de contact  $P_2$ .

**Question 5.** **Calculer** le vecteur vitesse  $\overline{V}_{(A_2 \in 3_2/0)}$  (par dérivation).

**Question 6.** **En déduire** l'équation vectorielle reliant :  $\dot{\psi}, L, d, R, r$  et  $\dot{\theta}$ .

**Question 7.** **Projeter** l'équation obtenue à la question 6 sur  $\overline{x}_1$  et sur  $\overline{y}_1$  et **montrer** que l'on obtient les deux relations scalaires suivantes :

$$\begin{cases} -\frac{L}{2}\dot{\psi} - r\dot{\theta} \sin(\alpha_2) = 0 & (1) \\ V + \frac{d}{2}\dot{\psi} + r\dot{\theta} \cos(\alpha_2) = 0 & (2) \end{cases}$$

Par analogie, on obtient ainsi six équations scalaires, contenant les huit inconnues du mouvement des roues recherchées :  $\{\dot{\alpha}_1, \dot{\theta}_1\}, \{\dot{\alpha}_3, \dot{\theta}_3\}$  et  $\{\dot{\alpha}_4, \dot{\theta}_4\}$ .

Ces relations seront ensuite implémentées dans la partie commande afin de déterminer les consignes de vitesse d'avance et de braquage de chaque roue, en fonction du rayon de virage.

**Objectif 2-2 : Etablir la loi entrée /sortie du mécanisme de braquage des roues.**

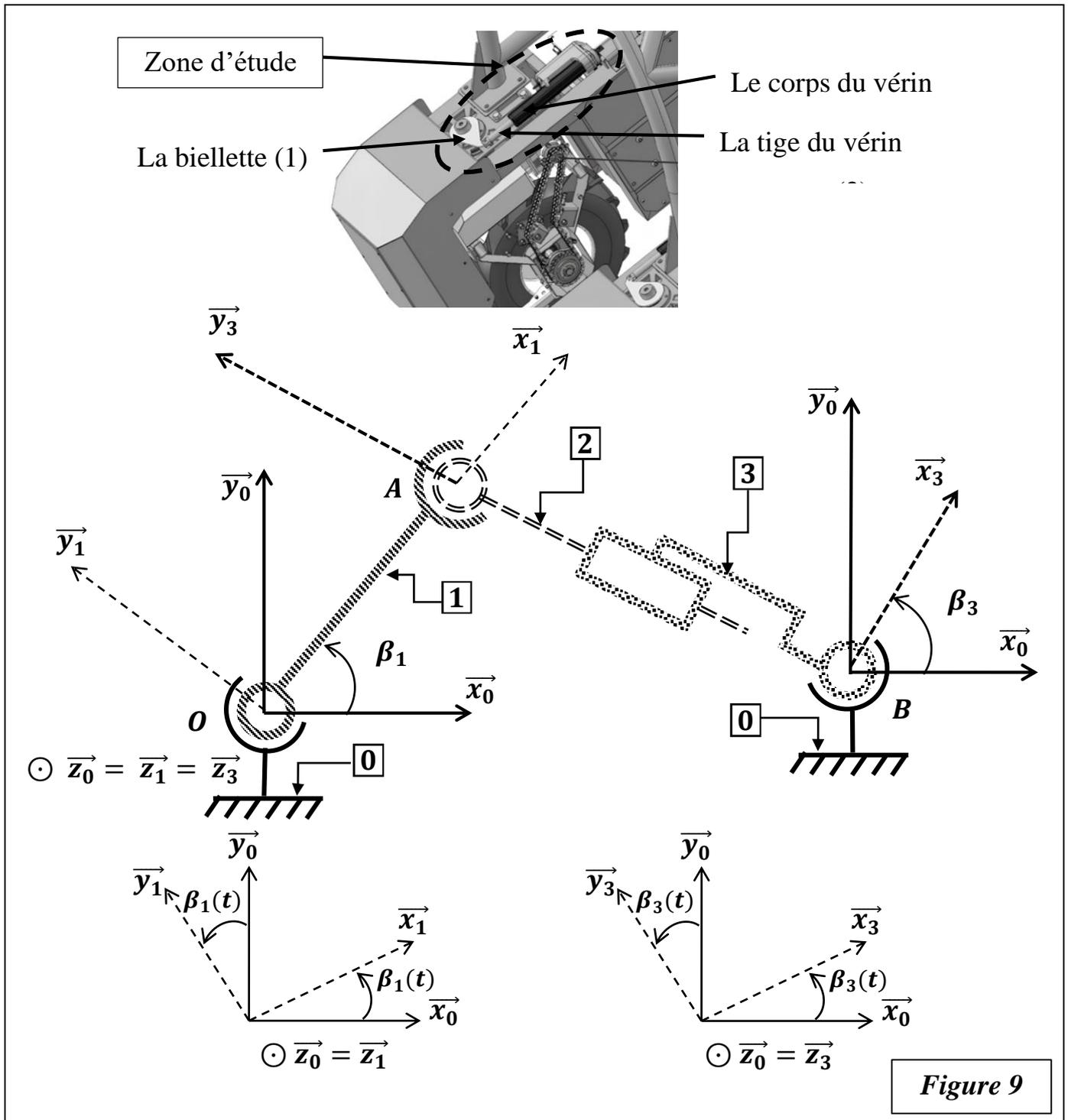
L'objectif de cette partie est de déterminer la loi entrée / sortie du système de braquage des roues du robot. Ce système de braquage repose sur un mécanisme de transformation du mouvement de translation en rotation, convertissant ainsi la translation de la tige [2] du vérin ([2]+[3]) en rotation de biellette (1) (Voir figure 9).

On considère :

- $R_0(O, \overline{x}_0, \overline{y}_0, \overline{z}_0)$  le repère associé au bâti [0].
- Le corps du vérin [3] est en liaison rotule de centre  $B$  avec le bâti [0]. Soit  $R_3(B, \overline{x}_3, \overline{y}_3, \overline{z}_3)$  le repère associé à [3]. Le paramètre angulaire de la rotation dans le plan  $(\overline{x}_0, \overline{y}_0)$  est  $\beta_3(t) = (\overline{x}_0, \overline{x}_3) = (\overline{y}_0, \overline{y}_3)$ .
- La tige du vérin [2] est en liaison pivot glissant d'axe  $(B, \overline{y}_3)$  avec le corps du vérin [3]. son paramètre étant  $y(t)$ .
- La biellette [1] est en liaison rotule de centre  $A$  avec la tige du vérin [2]. Soit  $R_1(O, \overline{x}_1, \overline{y}_1, \overline{z}_1)$  le repère associé à [1]. le paramètre de rotation dans le plan  $(\overline{x}_0, \overline{y}_0)$  est  $\beta_1(t) = (\overline{x}_0, \overline{x}_1) = (\overline{y}_0, \overline{y}_1)$

On pose :

- $\overline{OA} = l \cdot \overline{x}_1$
- $\overline{OB} = a \cdot \overline{x}_0 + b \cdot \overline{y}_0$
- $\overline{BA} = y(t) \cdot \overline{y}_3$  ;  $y(t)$  : paramètre variable
- $a, b$  et  $l$  : Ce sont des distances constantes.



**Question 8.** Tracer le graphe de liaisons.

**Question 9.** Quelles sont les paramètres d'entrée et de sortie de mouvement du mécanisme.

**Question 10.** Dans la chaîne des solides  $\boxed{0} - \boxed{1} - \boxed{2} - \boxed{3} - \boxed{0}$ , écrire la fermeture géométrique, dans le triangle (OAB).

**Question 11. Déterminer** les deux équations, notées (1) et (2) issues de l'écriture de la fermeture géométrique de la chaîne des solides  $\boxed{0} - \boxed{1} - \boxed{2} - \boxed{3} - \boxed{0}$  en projection sur la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0)$ .

**Question 12. Montrer** que la loi entrée/sortie en position du mécanisme est la suivante:

$$y(t) = \sqrt{(a - l \cdot \cos\beta_1)^2 + (-b + l \cdot \sin\beta_1)^2}$$

**Question 13. Déterminer** :  $\overrightarrow{V}_{(A \in 1/0)}$  en fonction :  $l$  et  $\dot{\beta}_1$

**Question 14. Déterminer** :  $\overrightarrow{V}_{(A \in 2/0)}$  en fonction :  $y$ ,  $\dot{y}$  et  $\dot{\beta}_3$

**Question 15. Montrer** que :  $\overrightarrow{V}_{(A \in 1/0)} = \overrightarrow{V}_{(A \in 2/0)}$

**Question 16. Projeter** l'égalité précédente (question 15) dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0)$ , et trouver les deux équations scalaires suivantes : (3) et (4)

$$\begin{cases} -l \cdot \dot{\beta}_1 \cdot \sin(\beta_1) & = -\dot{y} \cdot \sin(\beta_3) - y \cdot \dot{\beta}_3 \cos(\beta_3) & (3) \\ l \cdot \dot{\beta}_1 \cdot \cos(\beta_1) & = \dot{y} \cdot \cos(\beta_3) - y \cdot \dot{\beta}_3 \sin(\beta_3) & (4) \end{cases}$$

*Ces relations seront utilisées pour identifier la loi d'entrée-sortie cinématique, puis implémentées dans la partie commande afin de déterminer la consigne de vitesse de chaque roue du robot en phase de braquage.*

### Partie 3 : Validation de la géométrie du robot à l'équilibre

Le robot doit être conçu pour se déplacer efficacement entre les rangs de vigne, y compris sur des terrains en pente (terrains inclinés). Il doit également être capable de maintenir une position statique, par exemple lors du changement d'outils, tout en évitant tout risque de basculement.

#### Objectif 3-1 : Déterminer la position du centre d'inertie du robot

Afin de déterminer la position du centre d'inertie de, le paramétrage est proposé sur la figure 10.

On note :

- $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  : le référentiel supposé galiléen lié au sol horizontale.
- $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  : le repère associé au robot;
- $\varphi = (\vec{y}_0, \vec{y}) = (\vec{z}_0, \vec{z}) = \text{constante}$ .

On définit les 3 sous-ensembles suivants :

- Le train de roue gauche  $\boxed{S_1}$  (batteries comprises), de masse  $m_1$  et de centre d'inertie  $G_1$ ,  
Avec :  $\overrightarrow{OG_1} = -\frac{d}{2}\vec{y} + z \cdot \vec{z}$

- Le train de roue droite  $S_2$  (batteries comprises), de masse  $m_2$  et de centre d'inertie  $G_2$ ,  
Avec :  $\overrightarrow{OG_2} = \frac{d}{2}\vec{y} + z\vec{z}$
- L'arceau  $S_3$ , de masse  $m_3$  et de centre d'inertie  $G_3$ , Avec :  $\overrightarrow{OG_3} = z_3\vec{z}$
- Donnée pour l'application numérique :
  - $m_1 = m_2 = 400 \text{ kg}$ ;
  - $z = 0,48 \text{ m}$ ;
  - $m_3 = 67 \text{ kg}$ ;
  - $z_3 = 1,5 \text{ m}$ .

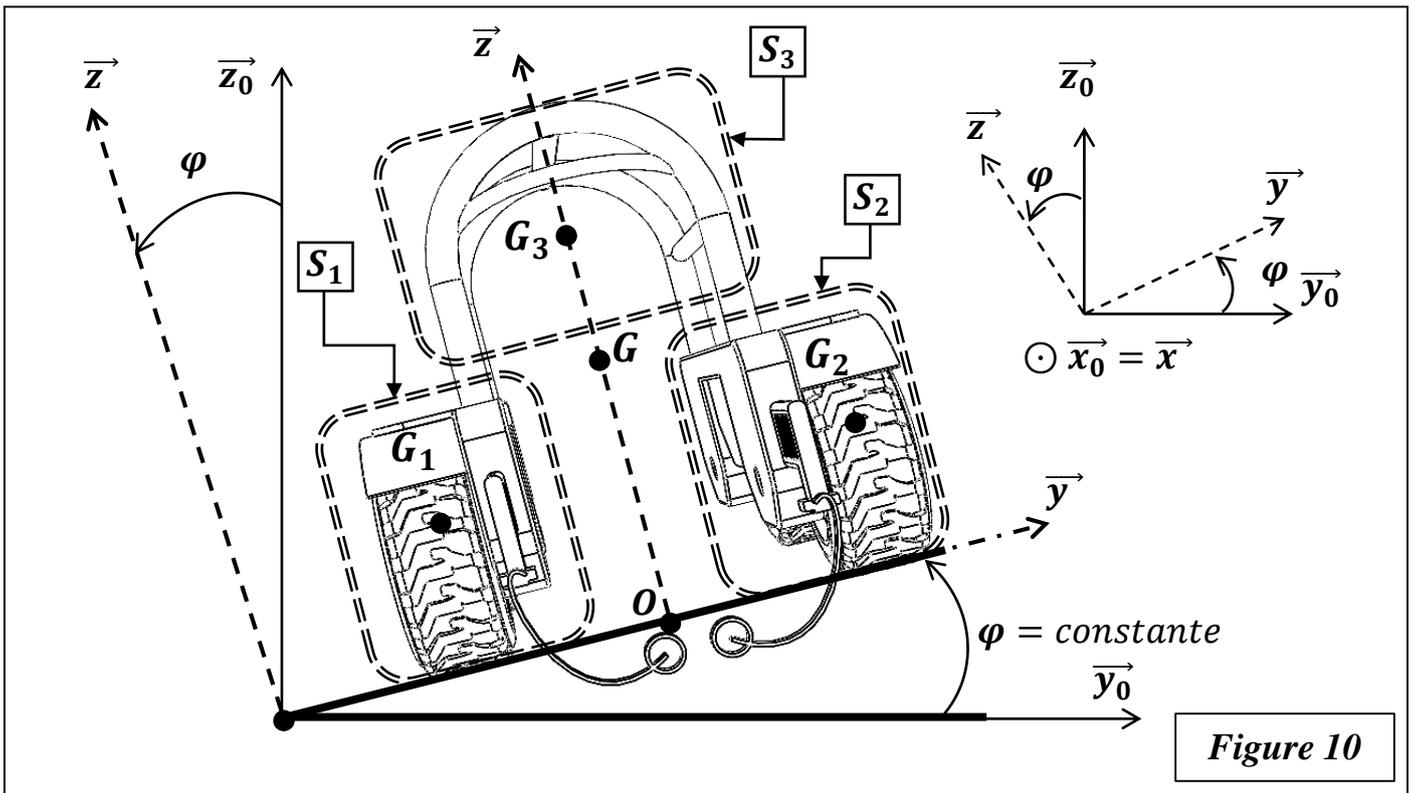


Figure 10

**Question 17.** Exprimer le vecteur  $\overrightarrow{OG}$  en fonction de :  $m_1, m_2, m_3, z$  et  $z_3$  ; où  $G$  est le centre d'inertie global.

**Question 18.** En déduire une relation scalaire permettant d'exprimer  $z_G = \overrightarrow{OG} \cdot \vec{z}$  en fonction de  $z, z_3$  et des différentes masses:  $m_1, m_2, m_3$  . Faire l'application numérique pour  $z_G$

**Objectif 3-2 : Déterminer la condition de basculement**

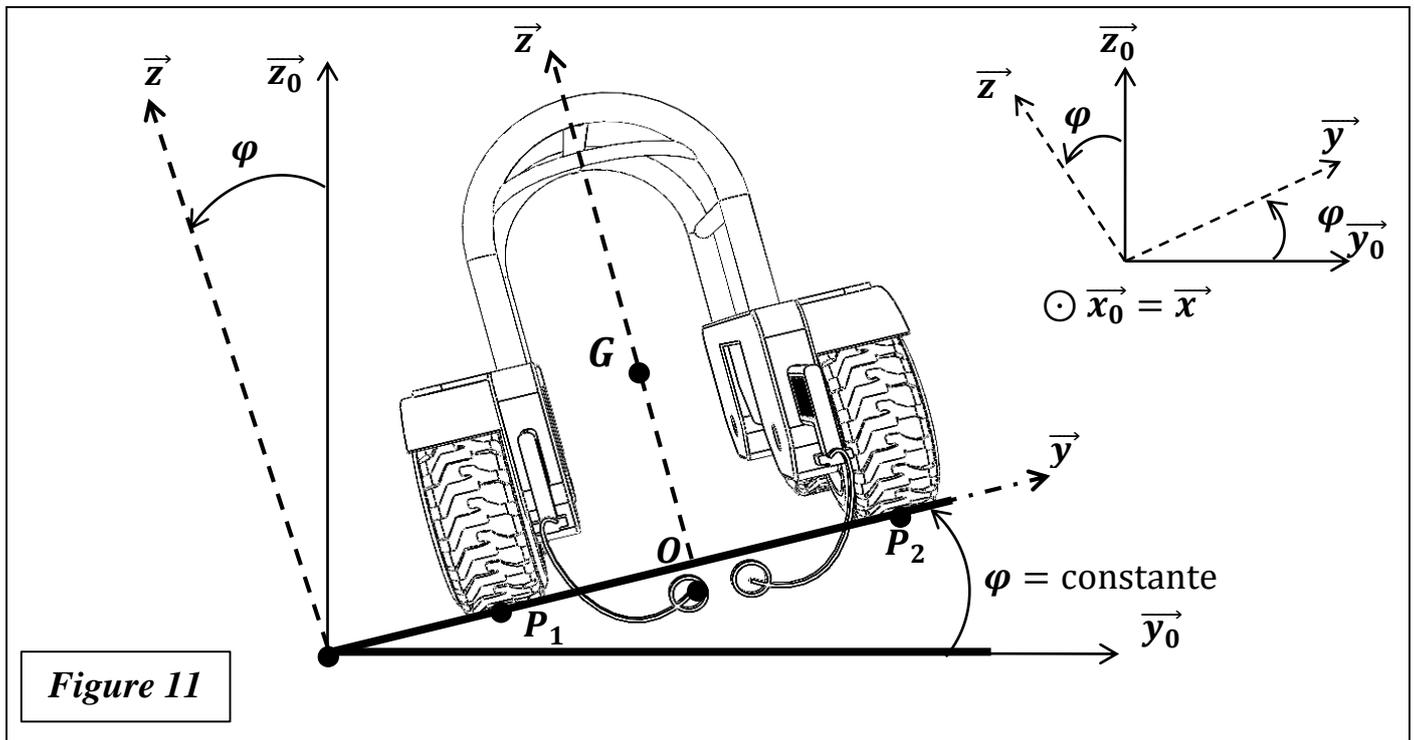
On considère le cas où le robot ( $S$ ), de masse totale  $m$  et de centre d'inertie  $G$  est immobile sur un plan incliné de l'angle  $\varphi$  par rapport à l'horizontale. Le paramétrage complet est donné par la figure 11. Par symétrie, on ne considèrera qu'un seul point de contact entre chaque train de roue et le sol aux points  $P_1$  et  $P_2$ .

On propose une modélisation des actions mécaniques de contact entre le robot et le sol :

- $\{T_{(sol \rightarrow S)}\} = \begin{Bmatrix} T_1 \cdot \vec{y} + N_1 \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{P_1}$  : action du sol sur le robot au point  $P_1$
- $\{T_{(sol \rightarrow S)}\} = \begin{Bmatrix} T_2 \cdot \vec{y} + N_2 \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{P_2}$  : action du sol sur le robot au point  $P_2$
- $\{T_{(pesanteur \rightarrow S)}\} = \begin{Bmatrix} -m \cdot g \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G$  : action de la pesanteur sur le robot au point  $G$

On note :

- $\overrightarrow{P_1 G} = \frac{d}{2} \cdot \vec{y} + z_G \cdot \vec{z}$
- $\overrightarrow{P_1 P_2} = d \cdot \vec{y}$ , avec :  $d = 1,48$  m
- $\vec{g} = -g \cdot \vec{z}_0$  : l'accélération de pesanteur ;
- $m = 867$  Kg : la masse totale du robot
- $\overrightarrow{OG} = z_G \cdot \vec{z}$ , avec  $z_G = 0,6$  m (Quelle que soit la valeur trouvée à la question 18)



**Question 19. Appliquer** le principe fondamental de la statique à  $S = \{robot\}$  en  $P_1$ . En déduire les équations qui en découlent :

- Projeter le théorème de la résultante statique (TRS) selon les vecteurs  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ .
- Projeter le théorème du moment statique (TMS) selon  $\vec{x}$ .

**Question 20.** La condition de non basculement de  $(S)$  est  $N_2 \geq 0$  (à la limite du basculement  $N_2 = 0$ ). **Déterminer**  $\varphi_{max}$  (pente maximale) que peut supporter le robot à l'arrêt. **Conclure** sur le respect l'exigence  $Id = 1.1.3$  du cahier des charges (diagramme des exigences figure 4).

#### Partie 4 : Validation de la géométrie du robot en mouvement

Le but de cette partie est de valider des choix technologiques relatifs au non-basculement du robot en phase de déplacement en virage. Le cahier des charges indique que le robot doit être capable de tourner à une vitesse de  $4km.h^{-1}$  (Exigence  $Id = 1.1.1.1$ )

On considère le cas où le robot  $(S)$ , de masse totale  $m$  et de centre d'inertie  $G$  est en mouvement dans un virage circulaire.

On note :

- $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  : le référentiel supposé galiléen lié au sol horizontale  $\boxed{0}$ , tel que  $\vec{z}_0$  verticale ascendant
- $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  : le repère associé au robot  $(S)$  ;  $\psi(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$  et  $(\vec{z}_0 = \vec{z}_1)$
- $\psi(t)$ : Paramètre variable.

Pour simplifier l'étude, on modélise l'ensemble des deux contacts roue-sol pour chaque train de roues par un seul contact : en  $P_1$  pour le train de roues gauche  $\boxed{S_1}$ , et respectivement en  $P_2$  pour le train de roues droit  $\boxed{S_2}$ . Le point  $O$  représente le centre de la trajectoire circulaire modélisée. Le paramétrage complet est donné par les figures 12 et 13

On pose :

- $\vec{OG} = R\vec{x}_1$  : ( $R$  : rayon du trajet en virage)
- $\vec{GP}_2 = -d\vec{x}_1 - h\vec{z}_1$
- $\vec{GP}_1 = d\vec{x}_1 - h\vec{z}_1$
- $R, d$  et  $h$  : ce sont des distances constantes.
- $\vec{g} = -g\vec{z}_0$  : Accélération de pesanteur.
- La forme de la matrice d'inertie de l'ensemble  $(S)$  au point  $G$  est :  $\bar{I}_G(S) = \begin{bmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$

On propose une modélisation des actions mécaniques de contact entre le robot et le sol :

- $\{T_{(sol \rightarrow S)}\} = \left\{ \begin{array}{l} X_1 \cdot \vec{x}_1 + Y_1 \cdot \vec{y}_1 + Z_1 \cdot \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{P_1}$  : action du sol sur le robot au point  $P_1$

- $\{T_{(sol \rightarrow S)}\} = \begin{cases} X_2 \cdot \vec{x}_1 + Y_2 \cdot \vec{y}_1 + Z_2 \cdot \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{cases}_{P_2}$  : action du sol sur le robot au point  $P_2$

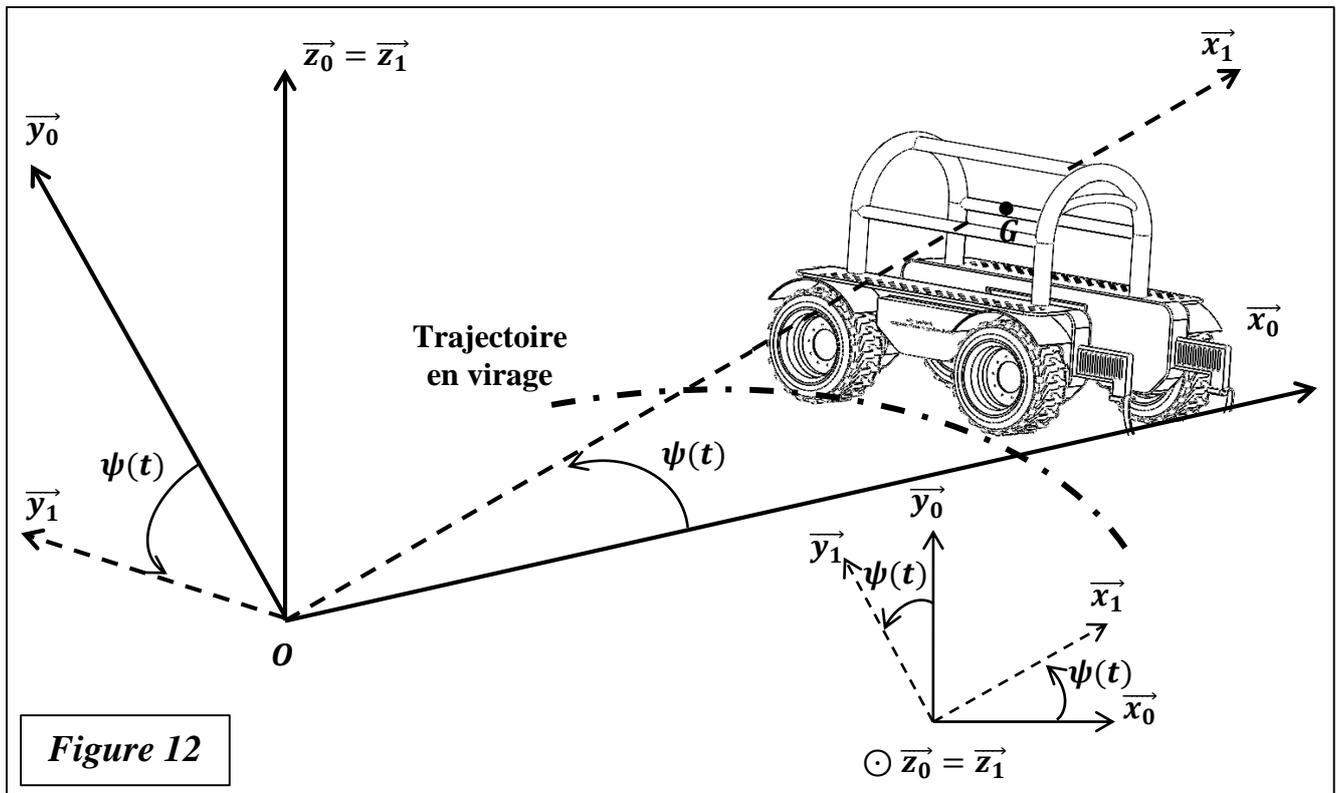


Figure 12

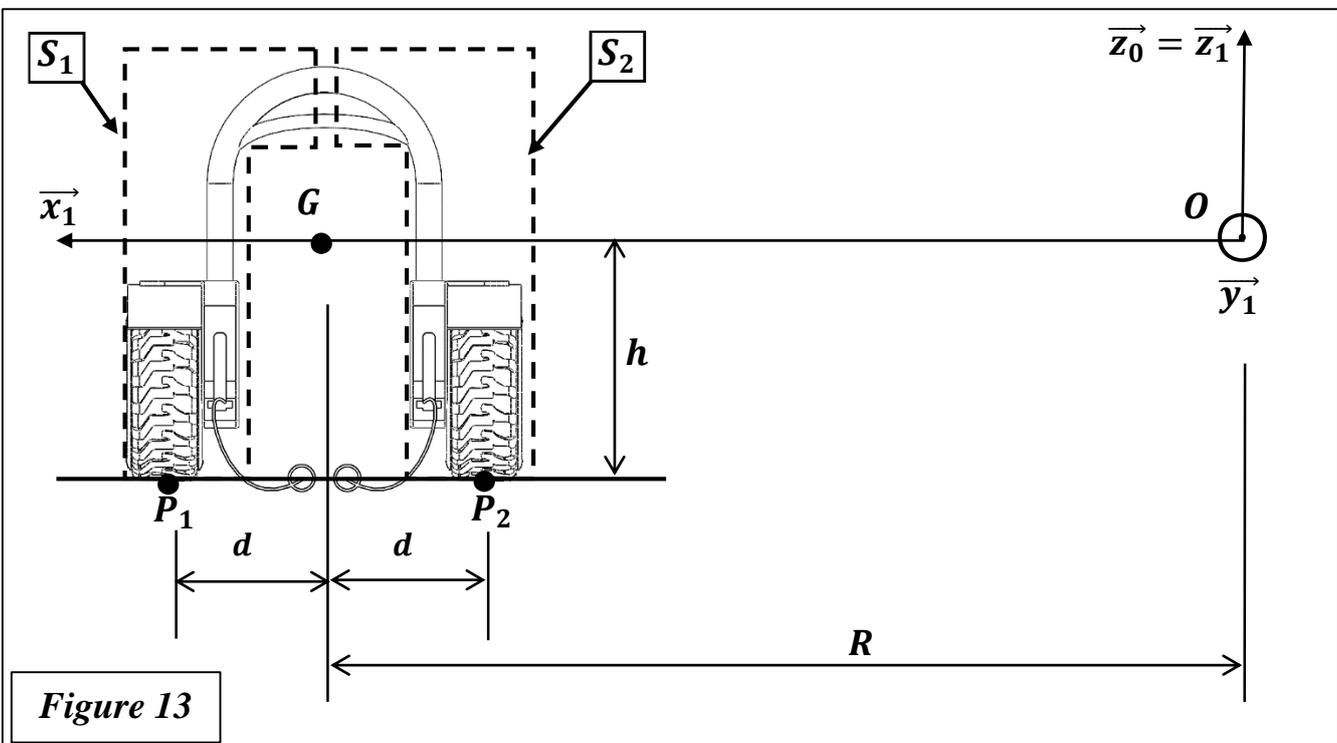


Figure 13

**Question 21.** Déterminer  $\overrightarrow{V}_{(G \in S/R_0)}$  en fonction du rayon  $R$ ,  $\dot{\psi}$ . En déduire  $\overrightarrow{\Gamma}_{(G \in S/R_0)}$ .

**Question 22.** Appliquer le théorème de la résultante dynamique (TRD) à (S). Projeter l'équation vectorielle dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ . Montrer que l'on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} X_1 + X_2 = -m \cdot R \cdot \dot{\psi}^2 \\ Y_1 + Y_2 = m \cdot R \cdot \ddot{\psi} \\ Z_1 + Z_2 = m \cdot g \end{cases}$$

**Question 23.** Déterminer le moment cinétique  $\overrightarrow{\sigma}_{(G \in S/R_0)}$ , le moment dynamique  $\overrightarrow{\delta}_{(G \in S/R_0)}$ .  
En déduire  $\overrightarrow{\delta}_{(O \in S/R_0)}$ .

**Question 24.** Le théorème du moment dynamique à (S) au point O en projection selon  $\vec{y}_1$ , nous donne l'équation suivante :

$$-h \cdot X_1 - (R + d) \cdot Z_1 - h \cdot X_2 - (R - d) \cdot Z_2 + R \cdot m \cdot g = 0$$

En déduire l'expression de  $Z_2$  en fonction  $m, g, d, R, h$  et  $\dot{\psi}$

**Question 25.** Sachant que la vitesse de déplacement du robot est :  $V = R\dot{\psi}$ . En déduire  $Z_2$  en fonction  $V$

La condition de non basculement latéral du robot (S) est :  $Z_2 \geq 0$ , (à la limite du basculement  $Z_2 = 0$ ). Une simulation numérique issue de cette condition permet de tracer la variation de l'effort normal  $Z_2$  (en N) en fonction de la vitesse du robot  $V$  (en  $Km \cdot h^{-1}$ ) (Figure 14).

**Question 26.** Relever la vitesse à partir de laquelle le robot bascule. Conclure sur le respect de l'exigence  $Id = 1.1.1.1$  du cahier des charges (diagramme des exigences figure 4).

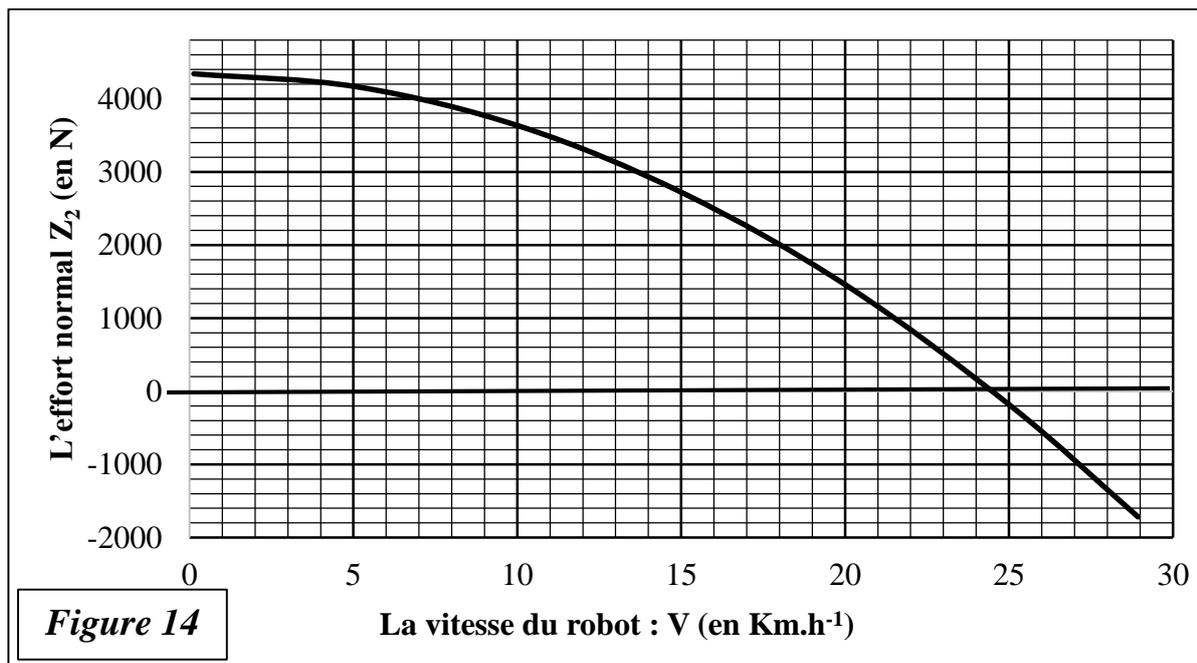


Figure 14

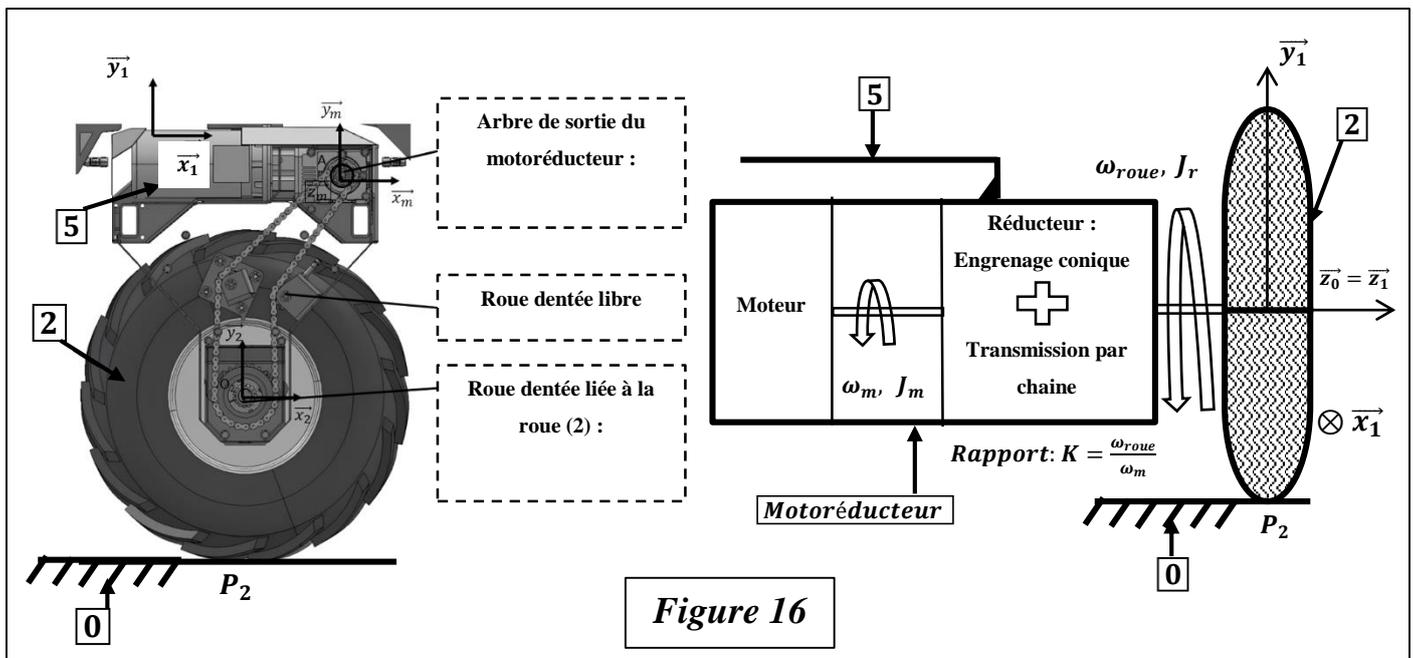
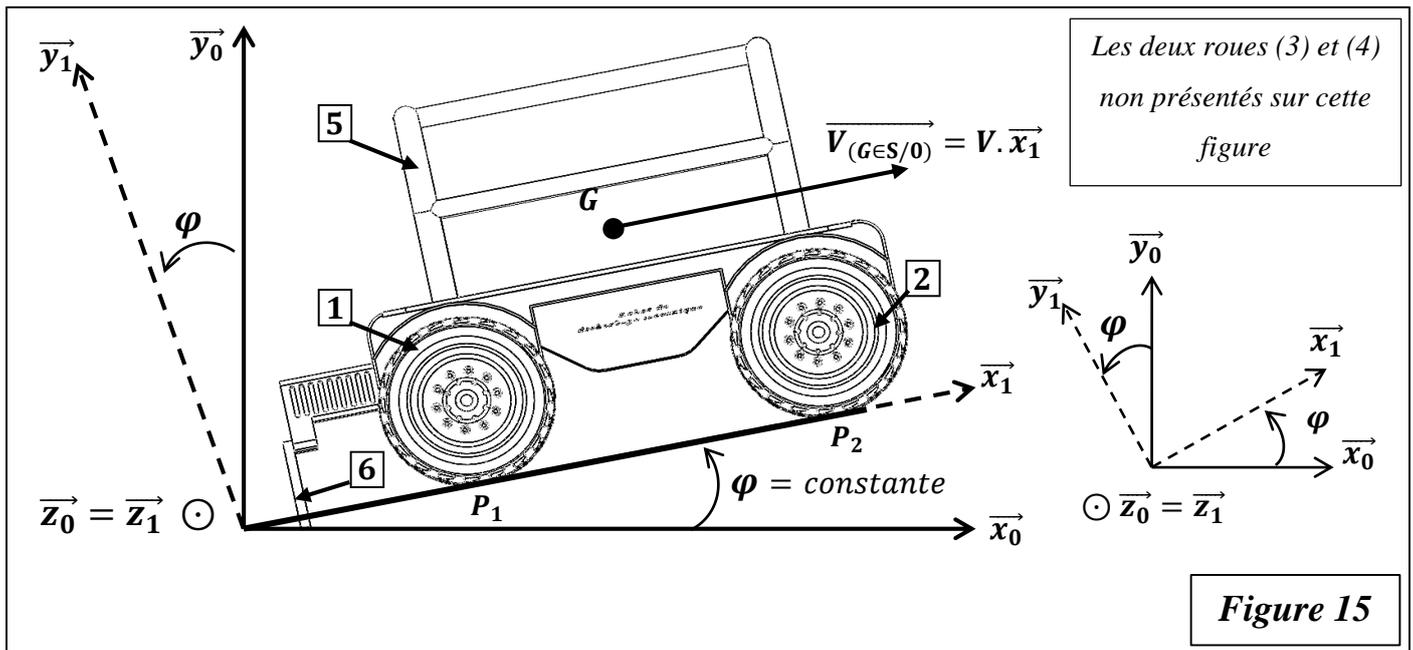
## Partie 5 : Dimensionnement de la motorisation du robot

L'objectif de cette partie est de mettre en place un modèle permettant de choisir un ensemble **motoréducteur** permettant de satisfaire les exigences d'accélération et de vitesse.

On considère les hypothèses et les données suivantes : (voir figures 15 et 16)

- Le repère  $R_0 (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ , supposé galiléen, est associé au sol  $\boxed{0}$ ;
- Le repère  $R (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est associé au plan incliné, tel que :  $\vec{z}_1 = \vec{z}_0$ ;
- Le problème est supposé plan ;
- Toutes les liaisons sont supposées parfaites ;
- Le frottement de l'air négligé ;
- $\boxed{5}$  : est le châssis du robot ;
- $\boxed{6}$  : est l'outil de désherbage du sol ;
- Toutes les roues sont motrices (roue (1), roue (2), roue (3) et roue (4));
- Seules les roues  $\boxed{1}$  et  $\boxed{2}$  sont représentés sur la figure 15.
- L'ensemble mobile (robot (S))  $\mathcal{S} = (1, 2, 3, 4, 5, 6, \text{ quatre motreducteurs })$  est de masse totale  $m = 867 \text{ Kg}$  et de centre d'inertie G.
- Le robot ( $\mathcal{S}$ ) se déplace en ligne droite en montée sur un sol incliné par rapport à l'horizontale d'un angle  $\varphi$  supposé constant ( $\varphi = 30^\circ$ ) ;
- Le moment d'inertie d'une roue autour de son axe de rotation est noté :  $J_r = 0.2 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$ . (Identique pour les quatre roues).
- Les roues ont un rayon identique :  $R_{roue} = 30 \text{ cm}$ ;
- Le moment d'inertie du motoréducteur ramené sur l'axe moteur est noté :  $J_m = 6 \cdot 10^{-3} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$ .
- $\omega_m$  : la vitesse de rotation de l'arbre moteur par rapport au châssis  $\boxed{5}$ ;
- $\omega_{roue}$  : La vitesse de rotation d'une roue par rapport au châssis  $\boxed{5}$  (identique pour les quatres roues) ;
- La transmission comprend une réduction à axes orthogonaux, plus une transmission par chaîne. Le rapport globale  $K = \frac{\omega_{roue}}{\omega_m} = 0.0218$
- La vitesse au point G centre d'inertie de ( $\mathcal{S}$ ) :  $\vec{V}_{(G \in \mathcal{S}/0)} = V \cdot \vec{x}_1$ , Avec  $V = 6 \text{ Km} \cdot \text{h}^{-1}$  (en régime permanent) ;
- Le contact des roues et le sol est supposé ponctuel, avec un roulement sans glissement au point de contact  $P_i$  avec :  $i = (1, 2, 3, 4)$ , ainsi  $V = R_{roue} \cdot \omega_{roue}$
- $\vec{g} = -g\vec{y}_0$  : Accélération de la pesanteur, Avec :  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- On modélise l'action mécanique du sol sur l'outil  $\boxed{6}$  :  $\{T_{(sol \rightarrow Outil)}\} = \begin{Bmatrix} -X \cdot \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{\vee M}$ ,  $X = 3000 \text{ N}$
- Chacun des quatre moteurs permet d'appliquer un torseur couple :  $\{T_{(Moteur \rightarrow \mathcal{S})}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_m \cdot \vec{z}_m \end{Bmatrix}_{\vee M}$

On considère l'ensemble :  $\mathcal{S} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \text{ quatre motoréduteurs}\}$



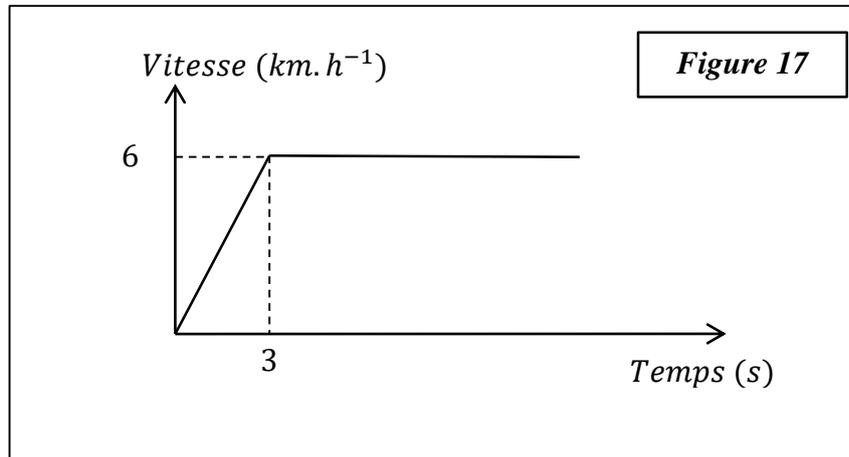
**Question 27.** Déterminer les expressions des différentes puissances extérieures (pesanteur et action du sol sur l'outil [6]).

**Question 28.** Déterminer les expressions des différentes puissances intérieures (actions des motorisations, les 4 roues sont motrices) du système (S).

**Question 29.** Déterminer l'énergie cinétique galiléenne totale de (S). En déduire la masse équivalente  $M_{\text{éq}}$  ramené sur l'axe de mouvement  $\vec{x}_1$ . Faire l'application numérique pour  $M_{\text{éq}}$ .

**Question 30.** Par application du théorème de l'énergie cinétique (TEC) à l'ensemble (S). **Déterminer** l'expression du couple moteur  $C_m$  en fonction des données du problème.

**Question 31.** Le robot accélère sur la pente inclinée selon le profil de vitesse ci-dessous (figure 17). **Déterminer** le couple maximal qui devra être fourni en sortie de chaque motoréducteur. (On prend :  $M_{\text{eq}} = 870 \text{ kg}$ )



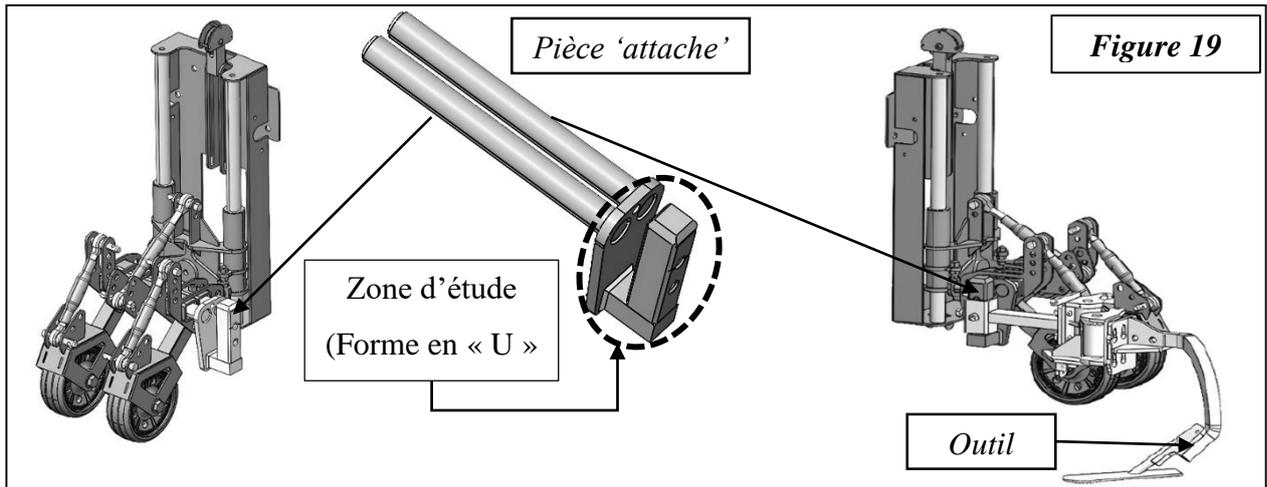
**Question 32.** À l'aide du tableau fourni en figure 18, **choisir** le moteur électrique qui vous semble le plus pertinent.

Gamme		3000 tr.min <sup>-1</sup>											
P <sub>n</sub> kW	Référence	N <sub>m</sub>	C <sub>m</sub>	I <sub>n</sub>	η			cos φ	I / I <sub>n</sub>	M / M <sub>n</sub>	M <sub>max</sub> / M <sub>n</sub>	J <sub>m</sub> · 10 <sup>-4</sup>	IM B5
		tr.min <sup>-1</sup>	N.m	A	100%	75%	50%				kgm <sup>2</sup>	kg	
0.75	BE 80A 2	2860	2.5	1.65	80	79.6	76.4	0.83	6.8	3.8	3.5	9	9.5
1.1	BE 80B 2	2845	3.7	2.35	81.5	82.2	79.9	0.83	6.9	3.8	3.4	11.4	11.3
1.5	BE 90SA 2	2865	5	3.2	81.3	80.7	78.1	0.82	6.8	3.6	2.8	12.5	12.3
2.2	BE 90L 2	2870	7.3	4.7	83.2	83.1	80.8	0.82	6.9	3.1	2.9	16.7	14
3	BE 100L 2	2880	9.9	6.2	84.6	84.6	83.7	0.83	7.3	3.5	3.1	39	23
4	BE 112M 2	2920	13.1	8.2	85.8	85.5	84.3	0.82	7.9	3.5	3.1	57	28
5.5	BE 132SA 2	2925	18	10.6	87	85	81.7	0.86	8.5	3.6	3.3	145	42
7.5	BE 132SB 2	2935	24	14.3	88.1	84.7	84.7	0.86	8.5	3.9	3.3	178	53
9.2	BE 132MB 2	2920	30	16.4	88.6	86.5	84.2	0.86	8.4	3.7	3.3	210	65
11	BE 160MA 2	2940	36	20	89.4	88	88	0.89	8.1	3	2.9	340	84
15	BE 160MB 2	2950	49	27.2	90.5	89.5	89.5	0.88	7.9	3	2.8	490	109
18.5	BE 160L 2	2945	60	32	90.9	89.8	89.8	0.91	7.7	2.9	2.7	490	109

**Figure 18**

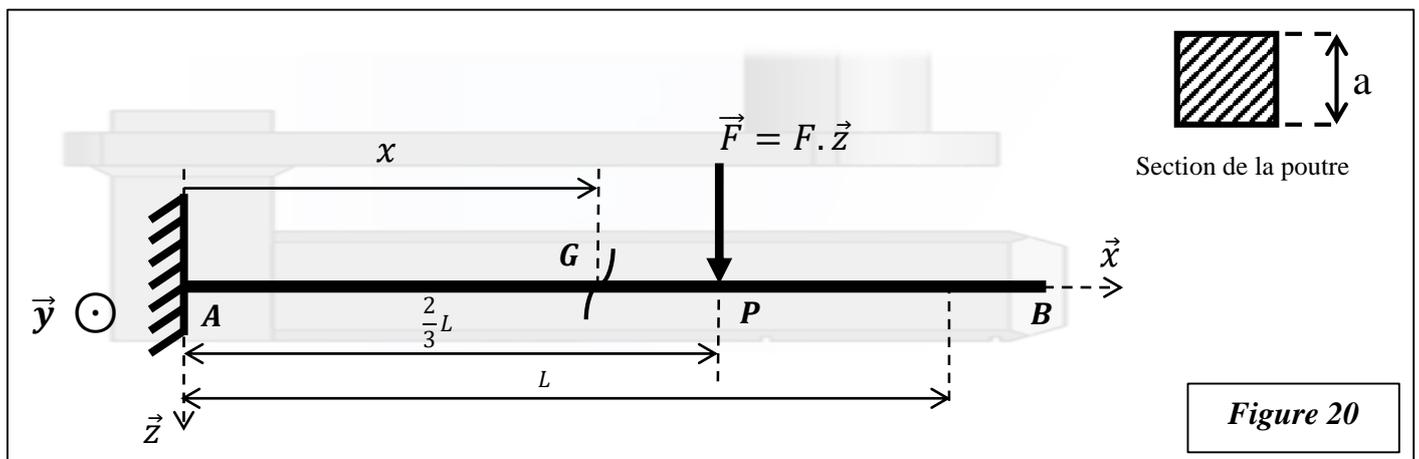
**Partie 6 : dimensionnement du système d'attache des outils.**

Les sols caillouteux des vignobles exercent des efforts importants sur le système d'attache des outils de désherbage, surtout sur la partie en porte-à-faux de la pièce d'attache du porte-outil (Zone en forme de « U »). (Voir figure 19)



La figure 20 représente un modèle simplifié pour l'étude de la résistance de la pièce « attache », en particulier de la partie AB, identifiée comme la plus sollicitée. Cette dernière est modélisée par une poutre droite encastree en A.

- Le repère  $R(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est lié à la poutre (AB) ;
- La poutre est de longueur  $AB = L$  et de section carrée de côté  $a$  ;
- Son moment quadratique est :  $I_{Gy} = I_{Gz} = \frac{a^4}{12}$  ;
  - $L = 190 \text{ mm}$
  - $a = \text{à déterminer}$
- Matériau de type acier de construction mécanique E295 de caractéristiques mécaniques :
  - Limite élastique :  $\sigma_e = 330 \text{ MPa}$  ;
  - Module de Young  $E = 200\,000 \text{ MPa}$  ;
  - Coefficient de sécurité  $s = 3$  (Exigence  $Id = 1.2.2$ ).
- L'action exercée par l'outil sur la pièce 'attache' est appliqué au point P tel que :  $\vec{AP} = \frac{2}{3}L\vec{x}$  ;
  - $\|\vec{F}\| = F = 1,2 \text{ kN}$ .
- Le poids de la poutre est négligé.



**Question 33. Déterminer** le torseur de cohésion  $\{\tau_{coh}\}$  le long de la poutre en fonction de la variable  $x$  telle que:  $\overrightarrow{AG} = x.\vec{x}$  (G centre de la section de coupure). **En déduire** la nature de sollicitation.

**Question 34. Tracer** les diagrammes des composantes non nulles du torseur de cohésion. En déduire le moment fléchissant maximal ( $M_{fmax}$ ).

**Question 35. Donner** l'expression de la contrainte normale maximale :  $\sigma_{max}$

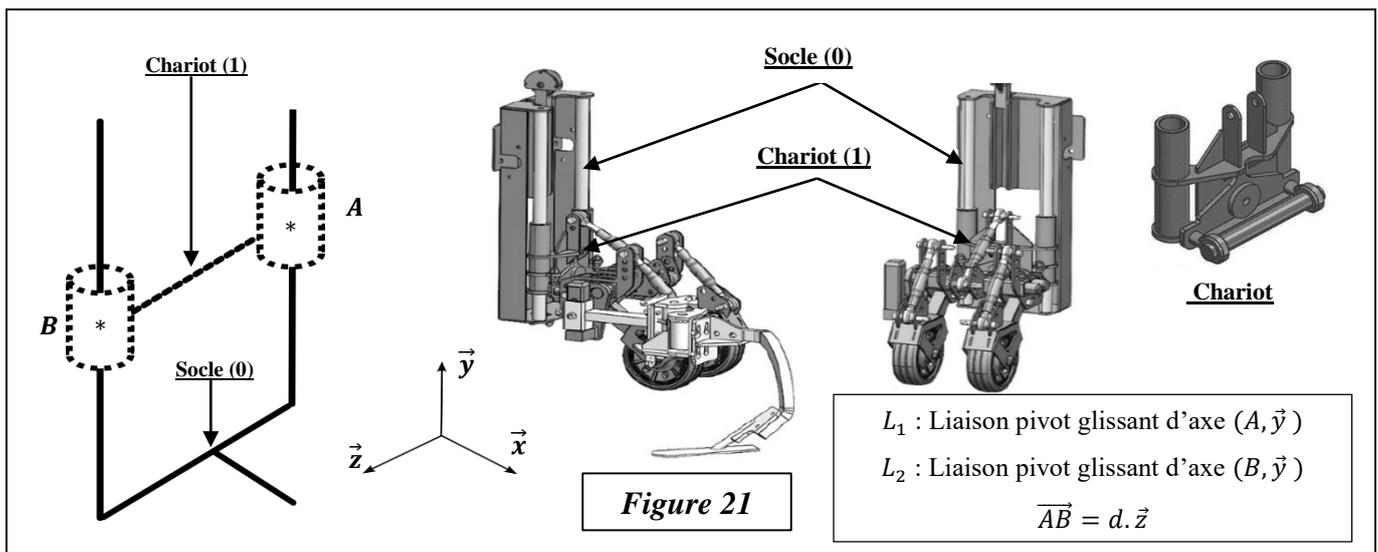
**Question 36. Déterminer** l'expression de la côte minimale « a » de la poutre permettant de résister à la contrainte mise en jeu (condition de résistance)

**Question 37. Calculer** la valeur minimale de la côte « a » en mm (*l'application numérique*).

### Partie 7 : Validation de quelques aspects géométriques du système d'attache des outils

L'objectif de l'entreprise consiste à prévoir un système d'attache des outils permettant de s'adapter aux différentes hauteurs et sollicitations du terrain. Dans cette partie on s'intéresse aux liaisons entre la pièce « chariot » et le « socle ».

La figure 21 illustre la modélisation 3D du système « porte-outil + outil », le schéma cinématique simplifié entre la pièce « chariot » et le « socle », ainsi que le paramétrage et les données nécessaires.



**Question 38. Tracer** le graphe des liaisons

**Question 39. Déterminer** la liaison équivalente des deux liaison ( $L_1$  et  $L_2$ ) ;

**Question 40. Justifier** que le degré d'hyper-staticisme  $h = 3$

**FIN DE L'ENONCE**

Ne rien écrire

dans ce cadre

Document réponse DR

Question1.

Liaison	Nom	Caractéristique géométrique	Degrés de liberté (ddl)			Torseur cinématique $\{V_{(S_i/S_j)}\}$	Torseur transmissible $\{T_{(S_i \rightarrow S_j)}\}$
			Rotation	Translation			
Entre 1 et 2	...	...	<input checked="" type="checkbox"/>	$\vec{x}$	...	$\left\{ \begin{array}{c} \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$	$\left\{ \begin{array}{c} \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
				$\vec{y}$	...		
				$\vec{z}$	...		
Entre 2 et 3	...	...	<input checked="" type="checkbox"/>	$\vec{x}$	...	$\left\{ \begin{array}{c} \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$	$\left\{ \begin{array}{c} \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
				$\vec{y}$	...		
				$\vec{z}$	...		
Entre 0 et 3	...	...	<input checked="" type="checkbox"/>	$\vec{x}$	...	$\left\{ \begin{array}{c} \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$	$\left\{ \begin{array}{c} \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
				$\vec{y}$	...		
				$\vec{z}$	...		