

Epreuve de **Génie Mécanique**

Temps conseillé : 3 heures

Aucun document n'est autorisé

Calculatrice autorisée

L'épreuve de génie mécanique comporte :

- le texte de l'épreuve (pages numérotées de 1/10 à 10/10)
- quarts documents techniques (pages numérotées de 1/4 à 4/4)
- un document à rendre 1/1

Le sujet de l'épreuve GM se compose des parties suivantes :

Présentation du système

Partie A - Position du contrepoids et sa mise en mouvement.

Partie B - Effort exercé par le machiniste pour changer la position du télescope.

Partie C - Déformation du télescope de la grue.

Partie D - Roue motrice du chariot.

Les parties (A, B, C et D) sont **indépendantes** mais il est conseillé de les traiter en ordre.

Le candidat devra composer et rendre obligatoirement, **(même vide)** :

- le cahier des réponses réservé à l'épreuve.
- le document à rendre 1/1.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

GRUE TELESCOPIQUE DE PRISE DE VUE CINEMA**Présentation du système :**

L'étude proposée concerne quelques parties d'une grue télescopique de prise de vue cinéma. Elle peut être utilisée pour la prise de vues de programmes audiovisuels ou cinématographiques ou de manifestations sportives ou culturelles, dans des studios, fermés ou ouverts, ou des stades de sports.

Document 1/4 : La caméra (5) de prise de vue est montée sur le tronçon (T4) par un support équipé de motoréducteurs (non représentés). Le caméraman peut donc orienter à distance la caméra (par une télécommande) vers toute direction de prise de vue.

Le tronçon (T4) a une liaison glissière par rapport au tronçon (T3).
Le tronçon (T3) a une liaison glissière par rapport au tronçon (T2).
Le tronçon (T2) a une liaison glissière par rapport au tronçon (T1).

L'ensemble (T1, T2, T3 et T4) s'appelle télescope de la grue.

Le tronçon (T1) est monté sur le bâti de manière à ce que le télescope puisse faire deux mouvements de rotation ; un autour de l'axe vertical et l'autre autour d'un axe horizontal.

Ces deux mouvements sont générés par un machiniste qui oriente le télescope manuellement (Voir figure 1 ci-dessous).

Un contrepoids (6) permet d'équilibrer le poids du télescope (Figure1).



Document 2/4 : Pour que le machiniste n'exerce pas un grand effort manuel pour manœuvrer le télescope de la grue, un contrepoids (6) est placé en opposition du télescope par rapport à l'axe de chape.

Comme le télescope change de longueur, le contrepoids (6) doit lui aussi changer de position en glissant sur des rails liés au tronçon (T1).

Le contrepoids (6) a une liaison glissière par rapport à (T1) de type Galets-Rails.

Les tronçons (T2), (T3), (T4) ainsi que le contrepoids (6) sont entraînés **simultanément** par un **seul moteur électrique** et des câbles.

Document 3/4 : La même solution technique est utilisée pour guider un tronçon par rapport au tronçon précédent : des rails et des galets.

D'autres détails de conception ne sont pas représentés.

Partie A. Position du contrepoids et sa mise en mouvement:

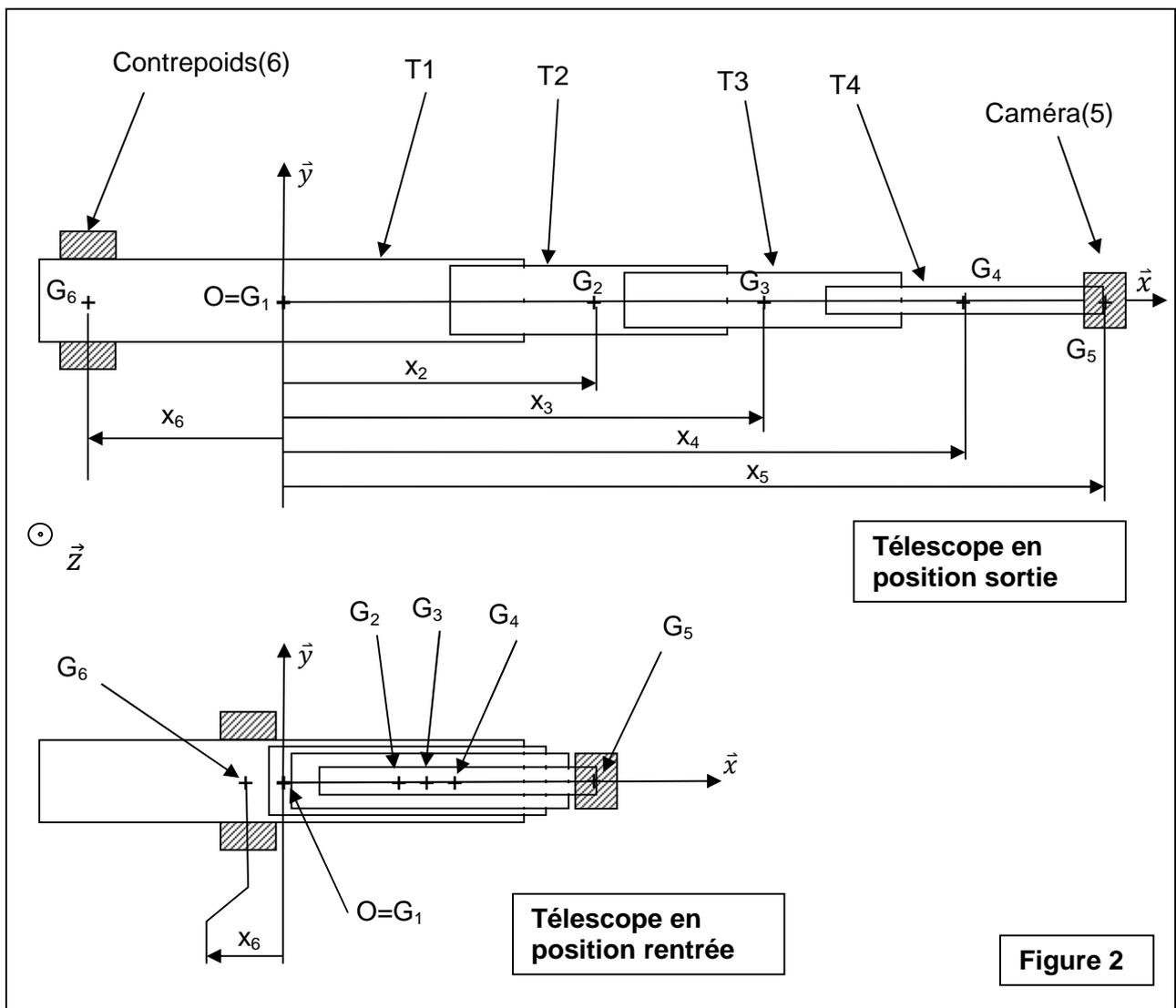


Figure 2

La (figure 2) ci-dessus représente le télescope en position sortie et en position rentrée.
 Le tronçon (T1) est de centre d'inertie G_1 qui coïncide avec le point O (**O est le point de pivot du télescope**).

- On pose : système $S = (6, T1, T2, T3, T4, 5)$
- Chaque solide (i) est de masse m_i et de centre d'inertie G_i tel que :
 $\vec{OG}_i = x_i \vec{x}$ avec $i = T1, T2, T3, T4, 5, 6$.
- $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ un repère lié à (T1) **qui reste fixe en position horizontale**.

Données :

Solide (i)		Contrepoids (6)	Tronçon (T1)	Tronçon (T2)	Tronçon (T3)	Tronçon (T4)	Caméra (5)
Distance x_i	télescope en position sortie	$x_6 = -2 \text{ m}$	$x_1 = 0 \text{ m}$	$x_2 = 2,45 \text{ m}$	$x_3 = 5,13 \text{ m}$	$x_4 = 7,81 \text{ m}$	$x_5 = 9,75 \text{ m}$
	télescope en position rentrée	$x_6 = ?$	$x_1 = 0 \text{ m}$	$x_2 = 0,05 \text{ m}$	$x_3 = 0,33 \text{ m}$	$x_4 = 0,61 \text{ m}$	$x_5 = 2,55 \text{ m}$
Masse m_i		$m_6 = ?$	$m_1 = 800 \text{ kg}$	$m_2 = 70 \text{ kg}$	$m_3 = 60 \text{ kg}$	$m_4 = 50 \text{ kg}$	$m_5 = 100 \text{ kg}$

Dans tout ce qui suit, on veut que le centre d'inertie G_S du système (S) soit confondu avec le point de pivot O.

- 1°- Déterminer l'expression de la masse m_6 en fonction des données et faire l'application numérique.
- 2°- En position du télescope rentré, déterminer l'expression de l'inconnue x_6 en fonction des données et faire l'application numérique en prenant $m_6 = 923 \text{ kg}$.

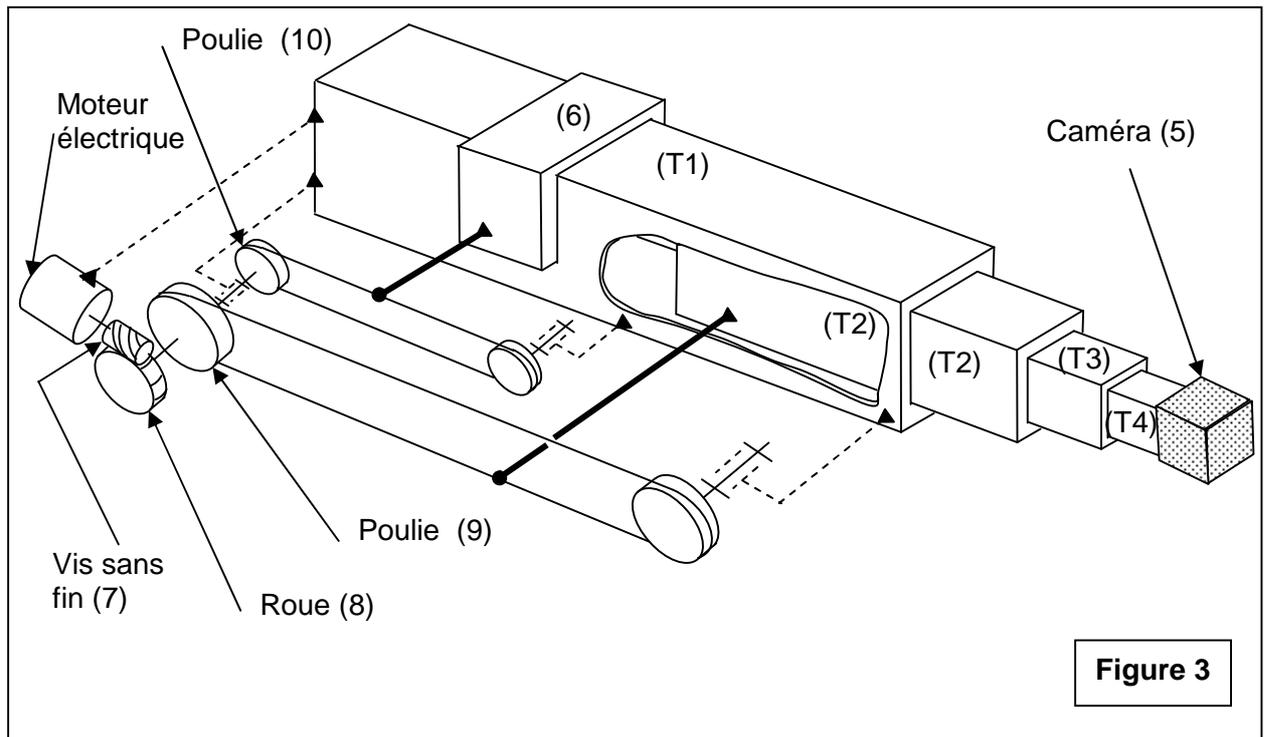


Figure 3

La figure 3 ci-dessus représente le principe d'entraînement du contrepoids (6) simultanément avec le tronçon (T2) :

- un moteur électrique entraîne deux poulies (9) et (10) par l'intermédiaire d'un réducteur à roue (8) et vis sans fin (7).
- (8), (9) et (10) forment une seule pièce.
- La poulie (9) entraîne (T2) par un câble métallique.
- La poulie (10) entraîne (6) par un autre câble métallique.
- Les deux poulies (9) et (10) tournent dans le même sens par contre (6) et (T2) translatent par rapport à (T1) en sens inverses.

- Données : Nombre de filets de (7) : $Z_7 = 4$ filets.
 Nombre de dents de (8) : $Z_8 = 58$ dents.
 Rayon de la poulie (9) : $R_9 = 37,5$ mm.
 Rayon de la poulie (10) : $R_{10} = 26$ mm.
 La vitesse angulaire de l'arbre moteur est notée ω_m en (rad/s).
- **Le tronçon (T1) est supposé fixe en position horizontale.**

- 3°-** Sachant que le câble ne glisse pas sur la poulie (10), déterminer l'expression de la vitesse de translation de (6) par rapport à (T1) en fonction de ω_m et des données, elle sera notée V_6 .
- 4°-** Sachant que le câble ne glisse pas sur la poulie (9), déterminer l'expression de la vitesse de translation de (T2) par rapport à (T1) en fonction de ω_m et des données, elle sera notée V_2 .

En fait, le moteur entraîne **simultanément** (6), (T2), (T3) et ((T4) et (5)) en translation par rapport à (T1). (Les détails d'entraînement de (T3) et (T4) et (5) ne sont pas représentés)

La vitesse de translation de (T3) par rapport à (T1) sera notée V_3 .

La vitesse de translation de (T4) par rapport à (T1) sera notée V_4 .

La vitesse de translation de (5) par rapport à (T1) sera notée V_5 .

On a : $V_4 = V_5$, $V_3 = \frac{2}{3} V_5$ et $V_2 = \frac{1}{3} V_5$.

- 5°-** Donner l'**expression** de l'énergie cinétique de l'ensemble (E)= (6, T2, T3, T4, 5) par rapport à (T1) en fonction des masses m_i citées dans le tableau ci-dessus (page 3/10) et des vitesses V_i .
- 6°-** Donner l'**expression** de cette énergie cinétique en fonction de ω_m .
- 7°-** En déduire le moment d'inertie équivalent $J_{\text{équivalent}}$ de l'ensemble (E) ramené sur l'axe moteur. Faire l'application numérique en prenant $m_6 = 923$ kg.

Hypothèses :

- Le repère lié à (T1) est supposé galiléen.
- l'ensemble des pertes de puissance est modélisé par un couple de frottement visqueux ramené sur l'arbre moteur $C_f = -\mu\omega_m$ (en mN) avec $\mu = 0,38 \cdot 10^{-3}$ (en $mN/(rad/s)$) coefficient de frottement visqueux.
- on prendra pour la suite $J_{\text{équivalent}} = 1,41 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.
- On note C_m , le couple fourni par le moteur.

8°- Appliquer le théorème de l'énergie cinétique (appelé aussi théorème de l'énergie puissance) au système $E = (6, T2, T3, T4, 5)$ dans son mouvement par rapport à (T1) et en déduire C_m en fonction de ω_m et $(\frac{d}{dt}\omega_m)$.

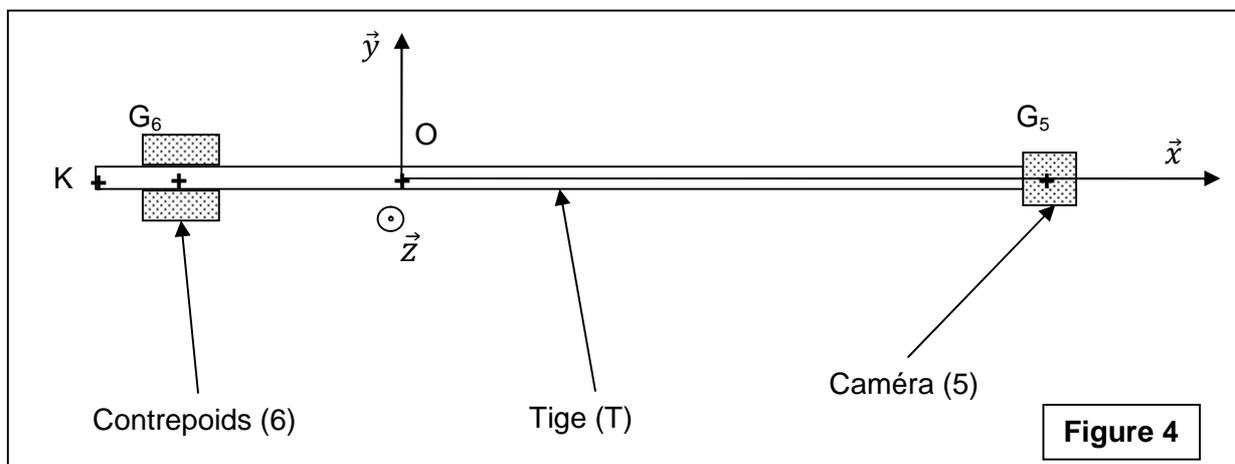
Faire l'application numérique en prenant :

$$\left[\omega_m = 257,77 \text{ rad/s} \right] \text{ et } \left[\frac{d}{dt}\omega_m = 194,62 \text{ rad/s}^2 \right].$$

Partie B. Effort exercé par le machiniste pour changer la position du télescope :

Quand le machiniste relâche le télescope à n'importe quelle position, ce dernier y reste grâce au contrepoids (6), il n'exerce donc aucun effort pour l'équilibrer.

Par contre, quand il le met en mouvement, **manuellement**, il doit exercer un effort pour vaincre les inerties.

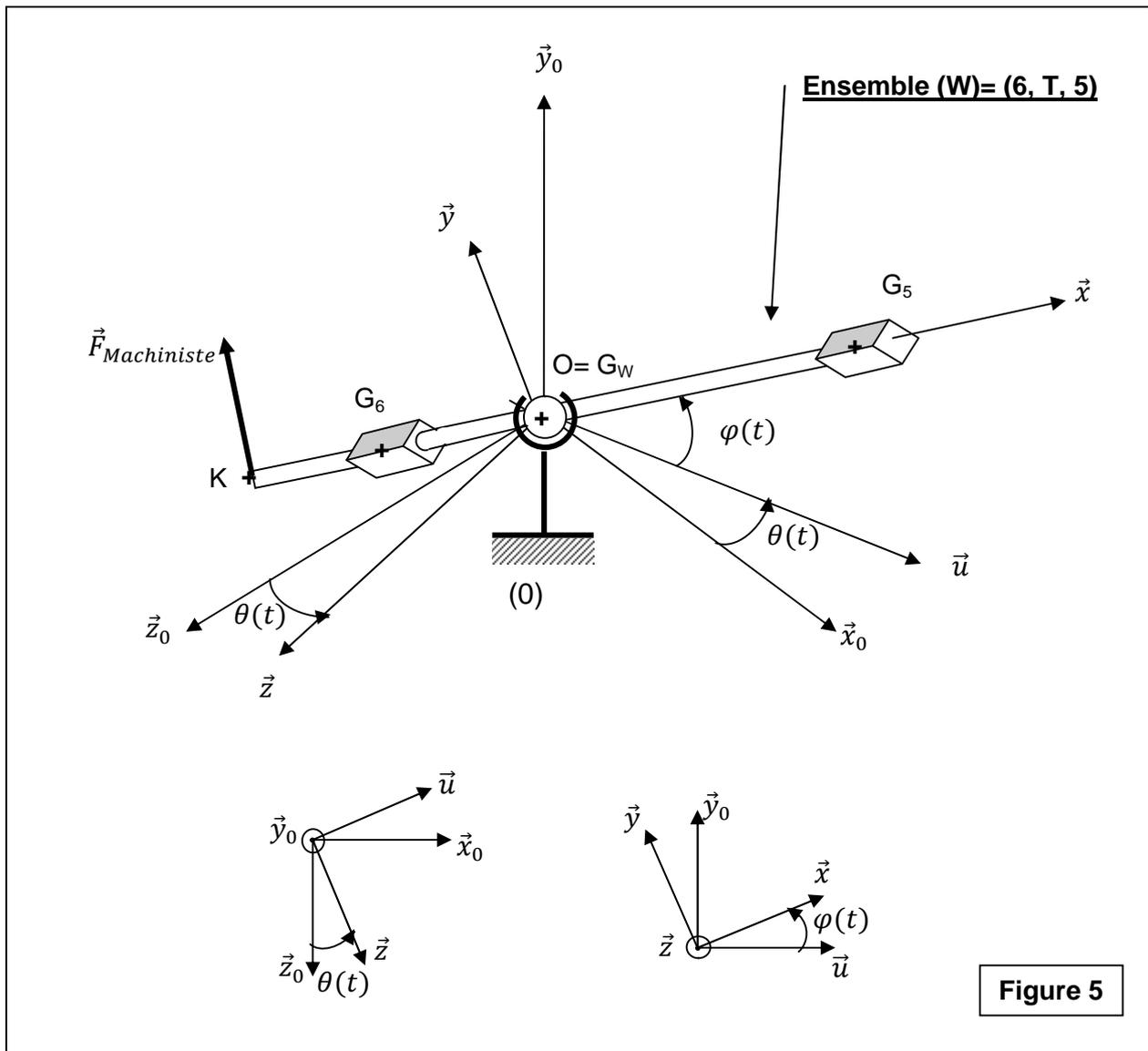


Le schéma de la figure 4 ci-dessus représente le modèle d'étude retenu du bras télescopique à l'état : « **télescope sorti** ».

On modélise la caméra (5) par une masse ponctuelle m_5 concentrée en son centre d'inertie G_5 .

On modélise le contrepoids (6) par une masse ponctuelle m_6 concentrée en son centre d'inertie G_6 .

On modélise l'ensemble des tronçons (T1, T2, T3, T4) par une tige nommée (T) **d'épaisseur négligeable** de longueur $KG_5 = 12,75 \text{ m}$.



La figure 5 représente l'ensemble $(W) = (6, T, 5)$ à une position quelconque par rapport au plan horizontal passant par le point de pivot O .

- Le bâti (0) de la grue est fixe.
- Le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié à (0) est supposé galiléen.
- Le repère $R_W(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est lié à l'ensemble (W).
- **(W) a une liaison rotule à doigt avec (0) de centre O.**
- On pose : $\{0 \rightarrow W\} = \begin{Bmatrix} X\vec{x} + Y\vec{y} + Z\vec{z} \\ L\vec{x} \end{Bmatrix}_O$ action de (0) sur (W) relative à cette liaison rotule à doigt.
- La masse de (W) est notée m_W , \vec{g} : accélération de pesanteur.
- **Le centre d'inertie G_W de (W) est confondu avec le point de pivot O .** ($\overrightarrow{OG_W} = \vec{0}$)

- On pose : $\vec{OK} = -h\vec{x}$ avec $h = 3 \text{ m}$.
- On pose $\theta(t) = (\vec{z}_0, \vec{z}) = (\vec{x}_0, \vec{u})$ et $\varphi(t) = (\vec{u}, \vec{x}) = (\vec{y}_0, \vec{y})$
les paramètres du mouvement de (W) par rapport au bâti (0)

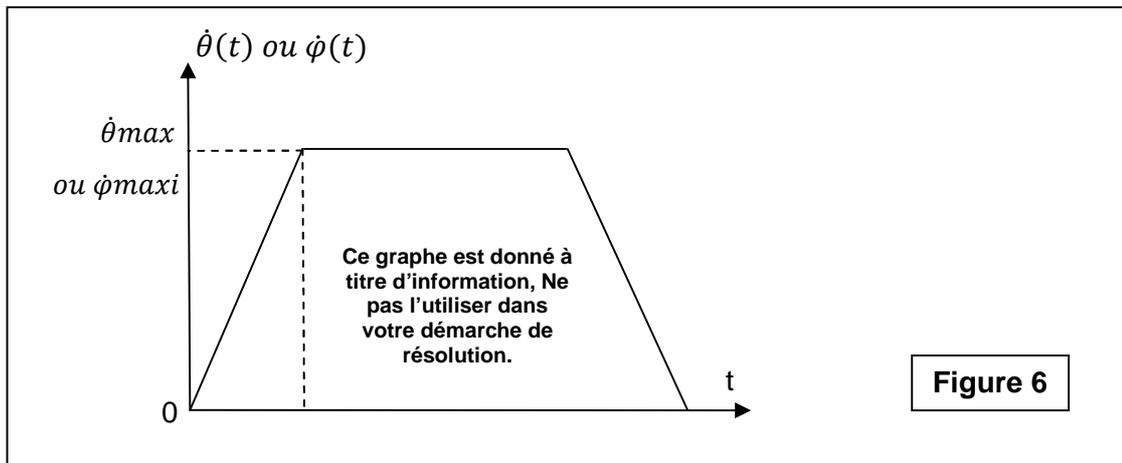
- La matrice d'inertie de (W) est :

$$\bar{I}_{G_W}(W) = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & B \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 37637 & 0 \\ 0 & 0 & 37637 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \text{ en (kg.m}^2\text{)}.$$

- Pour orienter la grue le machiniste exerce un effort ($\vec{F}_{Machiniste} = F_y\vec{y} + F_z\vec{z}$) en K.

9°- Appliquer le principe fondamental de la dynamique à (W) par rapport à (0) et déterminer les expressions des efforts F_y et F_z en fonction des données et des paramètres et leurs dérivées.

Le machiniste fait varier en même temps $\theta(t)$ et $\varphi(t)$ selon la loi en trapèze représentée en figure (6) ci-dessous :



10°- Calculer l'effort qu'exerce le machiniste : $\|\vec{F}_{Machiniste}\|$ dans les deux cas suivants :

- Début d'accélération :

$$\begin{aligned} \theta &= \varphi = 0 \\ \dot{\theta} &= \dot{\varphi} = 0 \\ \ddot{\theta} &= 0,0157 \text{ rd/s}^2 \\ \ddot{\varphi} &= 0,0078 \text{ rd/s}^2 \end{aligned}$$

- Début de décélération :

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\pi}{2} \\ \varphi &= \pi/4 \\ \dot{\theta} &= 0,078 \text{ rd/s} \\ \dot{\varphi} &= 0,0392 \text{ rd/s} \\ \ddot{\theta} &= -0,0157 \text{ rd/s}^2 \\ \ddot{\varphi} &= -0,0078 \text{ rd/s}^2 \end{aligned}$$

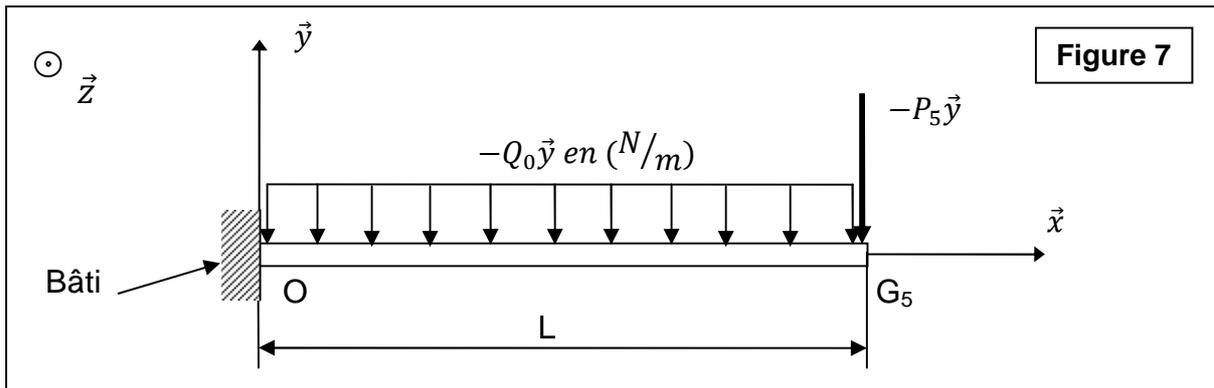
Partie C. Déformation du télescope de la grue :

On se place dans le cas où le télescope est entièrement sorti et en position horizontale. (Figure 7)

Le télescope est modélisé par une poutre droite (OG₅) de longueur (L) encastrée sur le bâti en O.

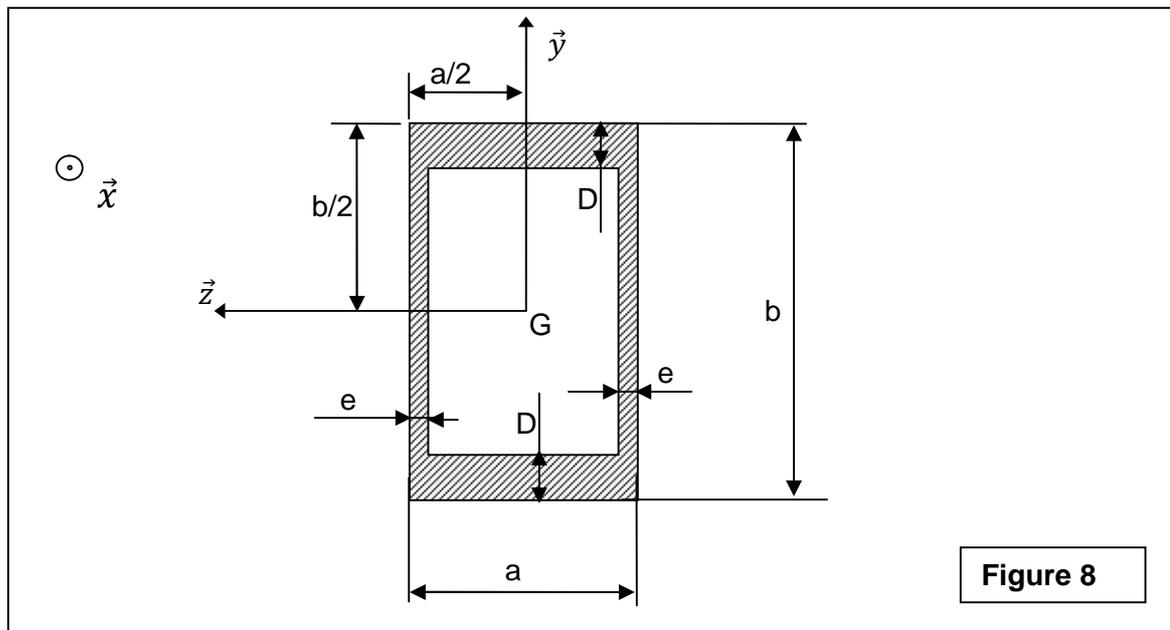
Elle est soumise à l'action de son propre poids modélisé par une charge répartie Q₀ en (N/m), et le poids de la caméra (5) modélisé par un effort concentré en G₅ : P₅ = m₅g en (N).

On pose : $\overrightarrow{OG_5} = L\vec{x}$ avec $L = 9,75\text{ m}$



11°- Déterminer le torseur de l'action du bâti sur la poutre en O : $\{\text{bâti} \rightarrow \text{poutre}\}_O$.

12°- Déterminer le torseur de cohésion en G : $\{\tau_{coh}\}_G$ le long de la poutre en fonction de la variable x telle que : $\overrightarrow{OG} = x\vec{x}$, (G centre de la section de coupure)



La figure 8 représente la section droite moyenne du télescope de la grue, elle est de forme rectangulaire creuse, de hauteur (b), de largeur (a) et présente deux épaisseurs (D) et (e).

(G, \vec{y}) et (G, \vec{z}) sont **des axes de symétrie** pour la section.

- 13°-** Déterminer le moment quadratique I_{Gz} de la section par rapport à l'axe (G, \vec{z}) .
Faire l'application numérique sachant que : $b = 380 \text{ mm}$
 $a = 260 \text{ mm}$
 $e = 25 \text{ mm}$
 $D = 50 \text{ mm}$.

- 14°-** L'expression de la déformée de la poutre est :

$$Y(x) = \frac{1}{EI_{Gz}} \left\{ \frac{Q_0}{24} [L^4 - (L-x)^4] + \frac{P_5}{6} [L^3 - (L-x)^3] - \left[\frac{Q_0 L^3}{6} + \frac{P_5 L^2}{2} \right] x \right\}.$$

Déterminer l'expression et la valeur numérique de la flèche de la poutre en G_5 : $Y(x=L)$
sachant que : $E = 70000 \text{ Mpa}$

on prendra $I_{Gz} = 8.10^8 \text{ mm}^4$

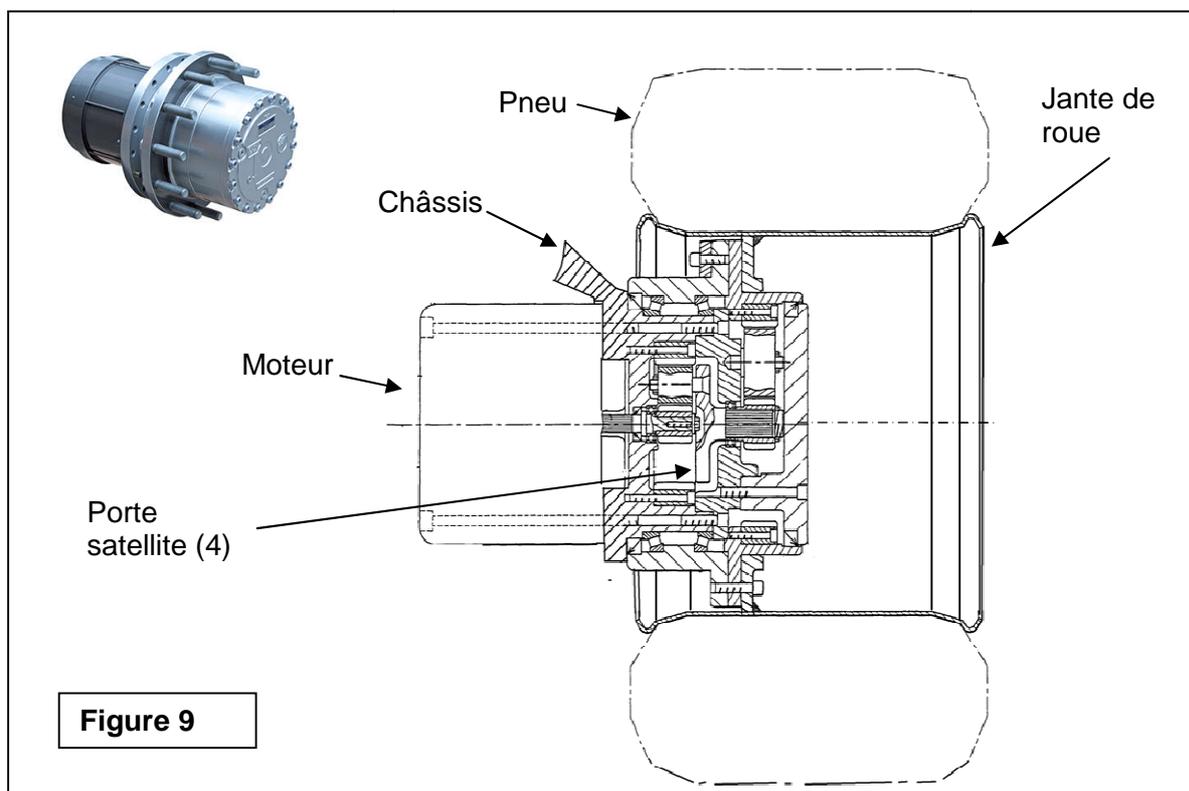
$Q_0 = 181 \text{ N/m}$

$m_5 = 100 \text{ kg}$

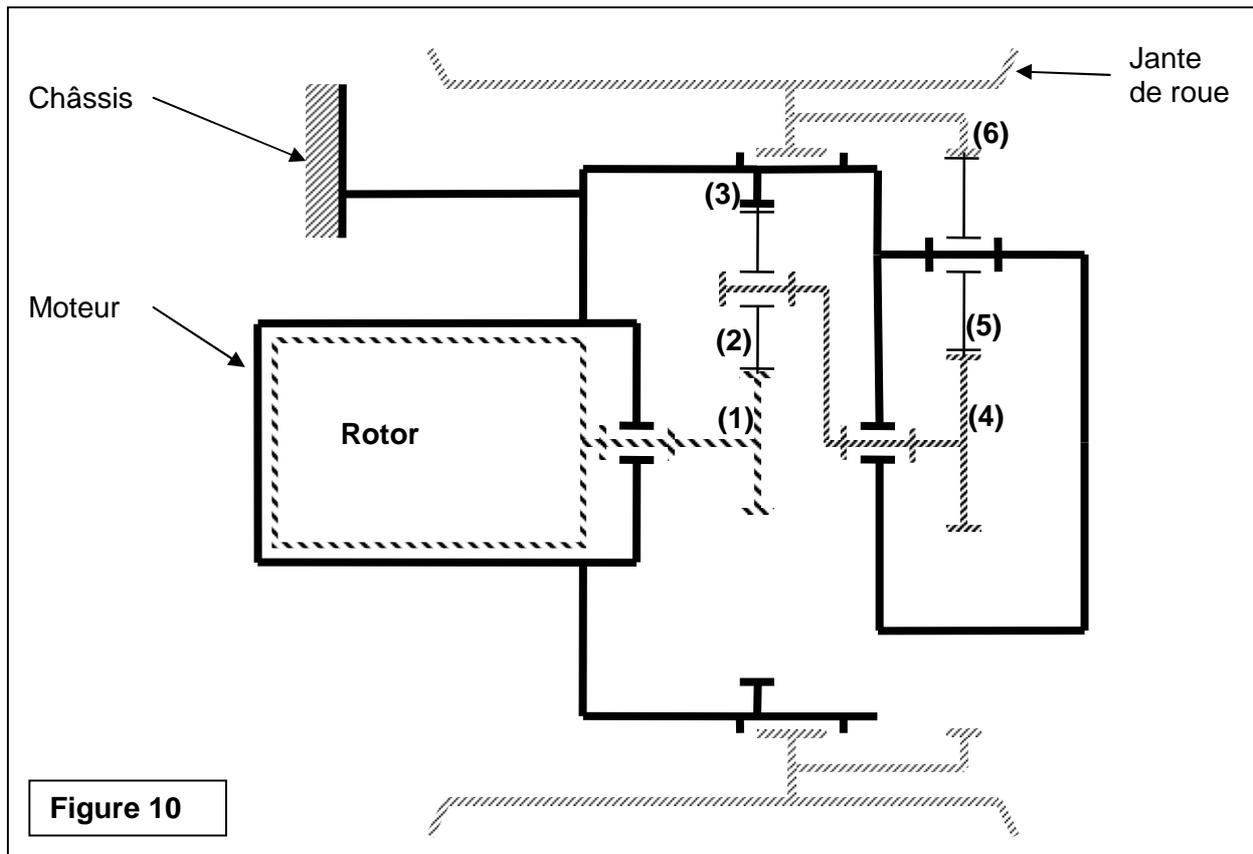
$g = 9,81 \text{ m/s}^2$ accélération de pesanteur.

Partie D. Roue motrice du chariot :

- Lors de la prise de vues, le chariot de la grue est immobilisé (freiné).
- Pour changer la position de la grue dans le lieu de tournage, les machinistes tirent celle-ci manuellement si les roues ne sont pas motrices.
- Dans certaines grues, les roues peuvent être motrices à l'aide d'un moteur électrique ou hydraulique.



La figure 9 représente une solution technologique parmi plusieurs autres possibles.
La figure 10 représente le schéma cinématique de cette dernière :



- (1) : pignon moteur de nombre de dent $Z_1 = 18$ dents.
 (2) : Satellite de nombre de dents $Z_2 = 21$ dents.
 (3) : Roue à denture intérieure liée au châssis considéré fixe, de nombre de dents $Z_3 = 60$ dents.
 (4) : pignon de nombre de dents $Z_4 = 24$ dents, (4) est en même temps le porte satellite du 1^{er} étage de réduction.
 (5) : pignon de nombre de dents $Z_5 = 25$ dents.
 (6) : Roue à denture intérieure liée à la jante de la roue, de nombre de dents $Z_6 = 74$ dents.

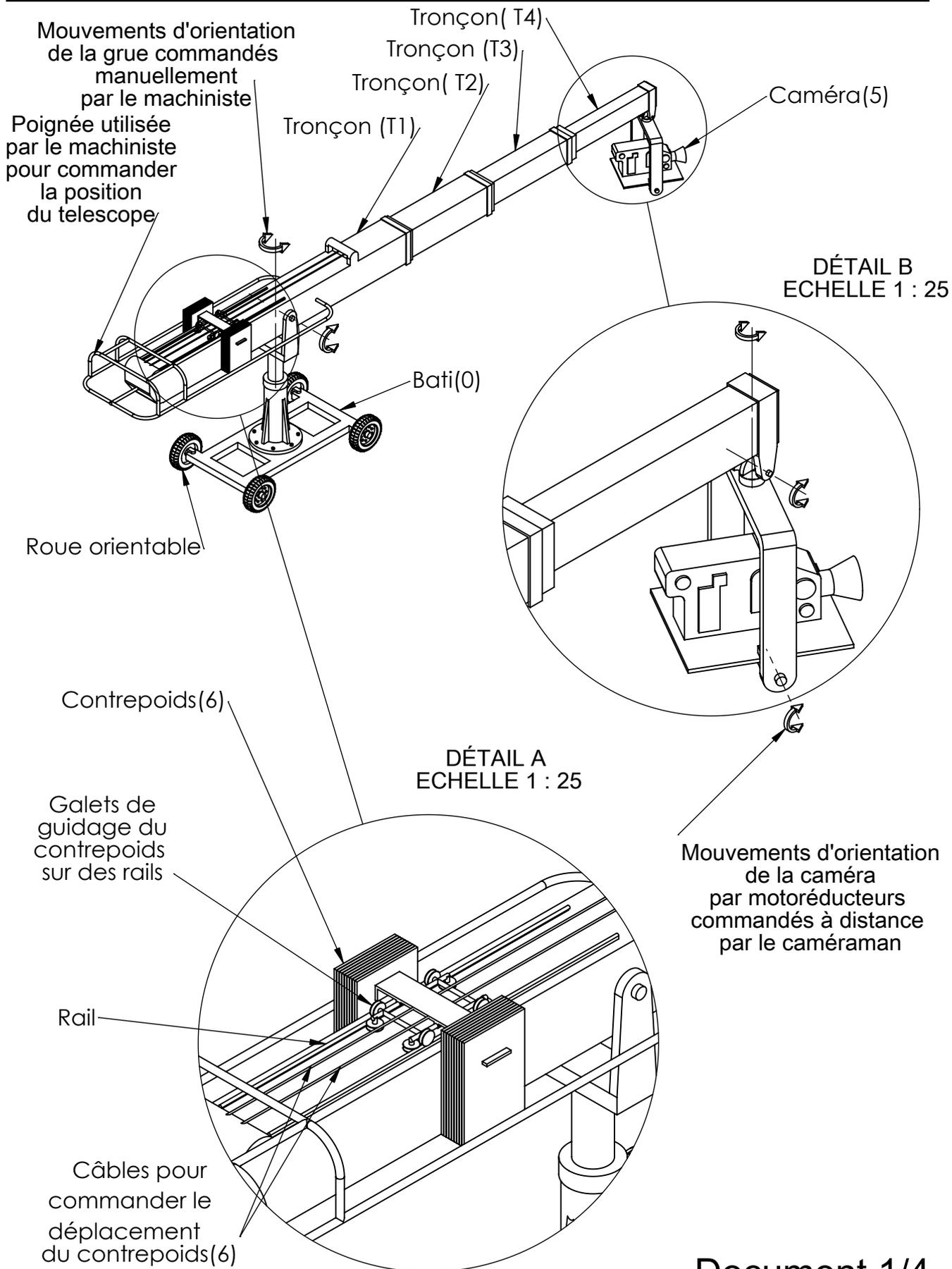
15°- A l'aide de la formule de WILLIS déterminer la relation entre les vitesses angulaires ω_4 et ω_1 .

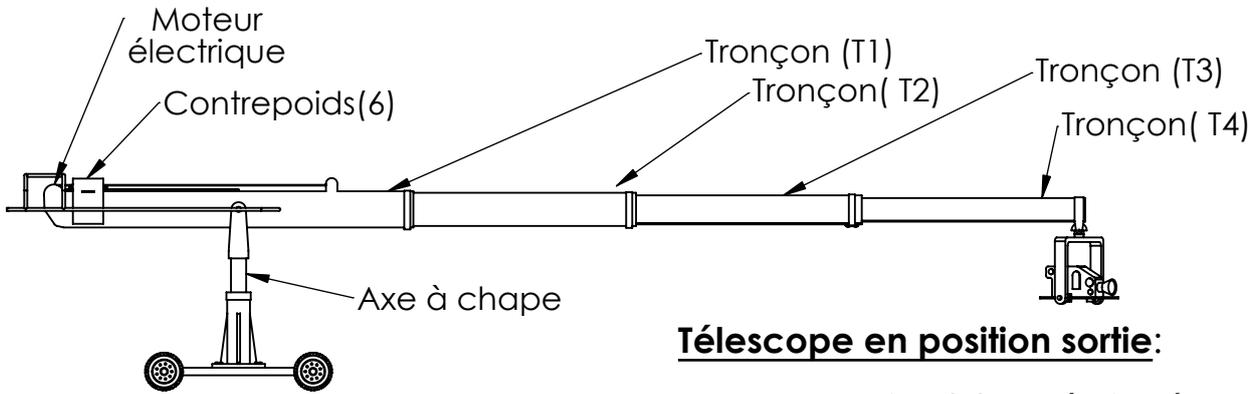
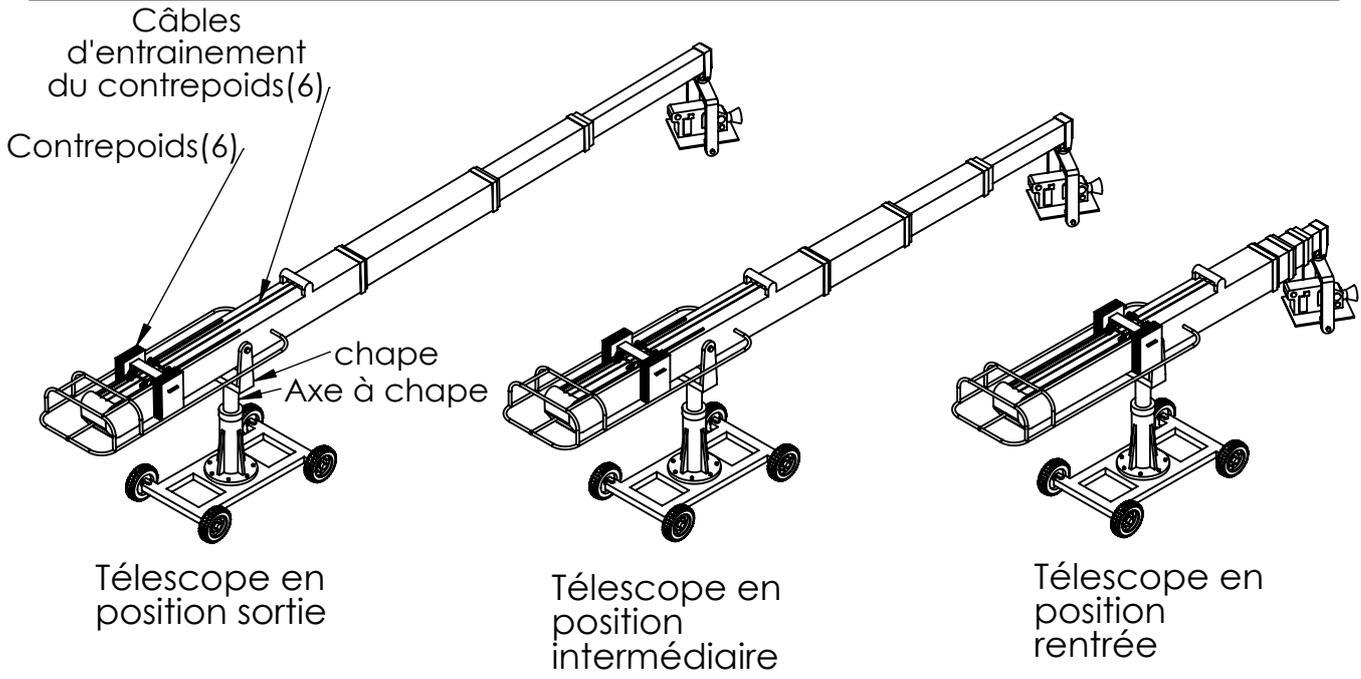
16°- Déterminer la relation entre les vitesses angulaires ω_6 et ω_4 .

17°- En déduire la relation entre les vitesses angulaires ω_6 et ω_1 .
Calculer $|\omega_6|$ sachant que $\omega_1 = 105 \text{ rad/s}$.

18°- En déduire la vitesse d'avance du chariot en (km/h) si le rayon de la roue est $R_{\text{roue}} = 160 \text{ mm}$ et que les quatre roues roulent en ligne droite sans glisser sur le sol.

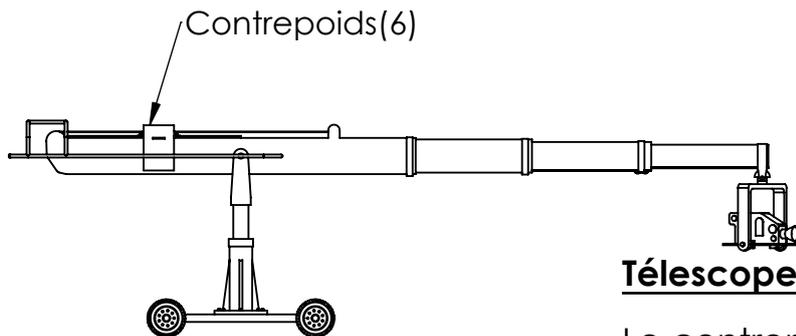
19°- En se basant sur les données de cette **partie D** et le **document 4/4**, compléter le diagramme de définition de blocs sur le **document à rendre 1/1**.





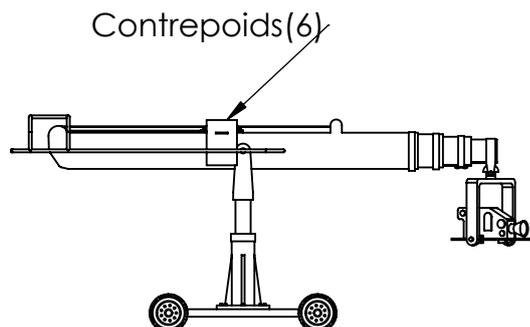
Télescope en position sortie:

Le contrepoids (6) est éloigné de l'axe à chape.



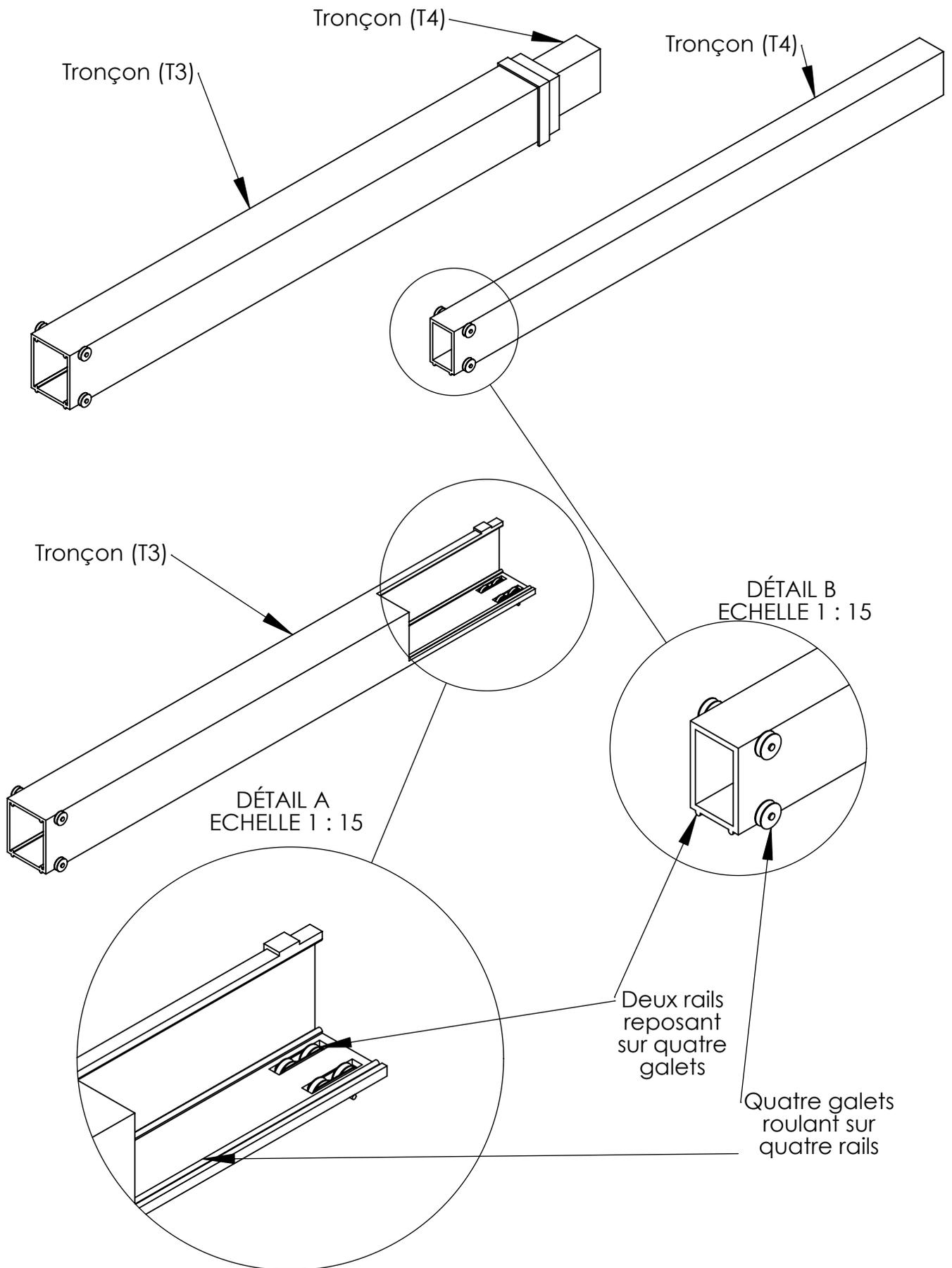
Télescope en position intermédiaire:

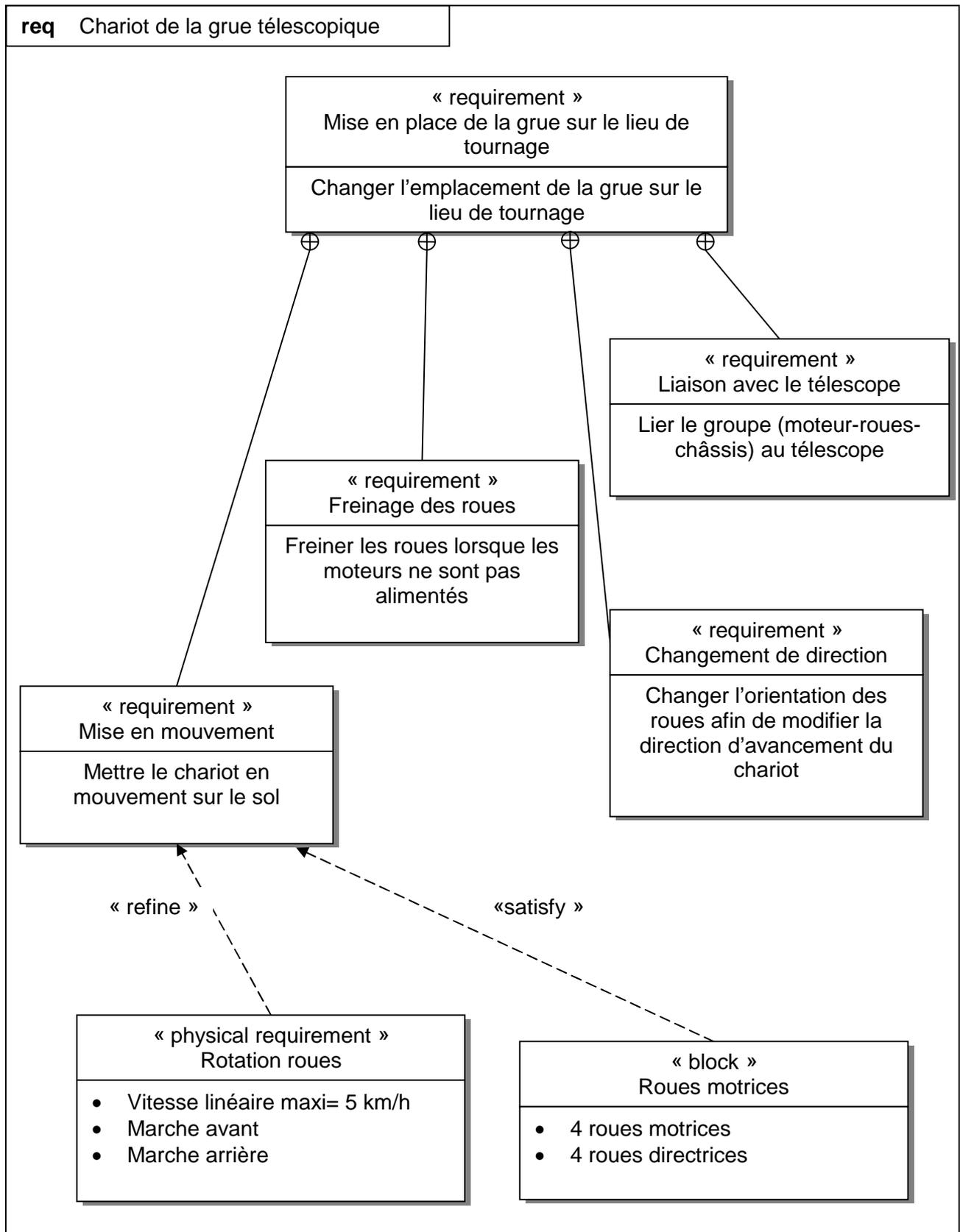
Le contrepoids (6) est en position intermédiaire par rapport à l'axe à chape.



Télescope en position rentrée:

Le contrepoids (6) est proche de l'axe à chape.





Compléter les zones mentionnées par [.....]

